

1 図1のように、なめらかな水平面上に、軽くて伸び縮みしない長さ 2ℓ の棒でつながった質量 m の2個の小球 A, B が y 軸に平行に置かれている。いま、小球 B に x 軸正の向きに初速度 \vec{V}_0 ($|\vec{V}_0| = V_0$) を与えた。その後の小球 A, B の運動について以下の問いに答えよ。

問1 棒の中心の速度は、小球 A, B の速度の平均に等しい。このことを用いて棒の中心の速度を求め、棒の中心は x 軸の正の向きに等速直線運動をすることを示せ。

問2 棒の中心から見た小球 A, B の速さを求めよ。

問3 小球 A, B の運動は棒の中心から見ると円運動であることを考慮して、棒の張力の大きさを求めよ。

問4 時刻 t ($t \geq 0$) における小球 A, B の位置を求めよ。さらに、小球 A, B の運動の経路の概略をグラフに描け。ただし、小球 B に初速度を与えた時刻を $t = 0$ とし、そのときの棒の中心の位置を座標の原点にとるものとする。

次に、棒をその中心で切断してから、棒の切断部を質量 M の小球 P に接合し、図2のように y 軸に平行に置いた。棒は、小球 P との接合部で自由に回転できるようにしてある。小球 P に x 軸正の向きに初速度 \vec{V}_0 を与えてからしばらくすると、図3のように小球 A, B が衝突した。小球 A, B が衝突する直前について、以下の問いに答えよ。

問5 小球 P の速度を求めよ。

問6 小球 P から見た小球 A, B の速さを求めよ。

問7 小球 P の加速度の大きさと棒の張力の大きさを求めよ。

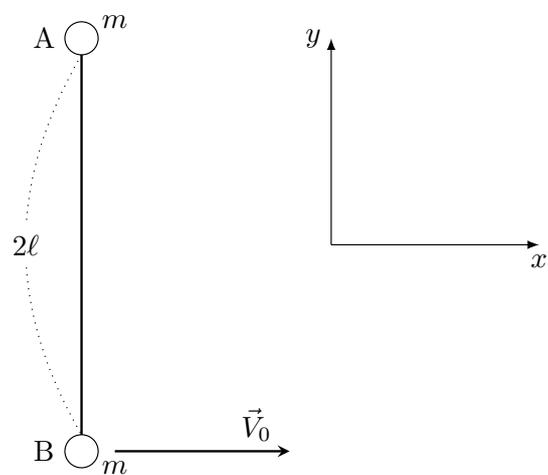


図 1

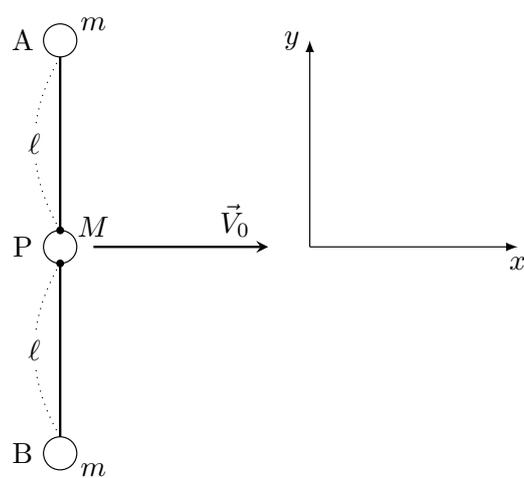


図 2

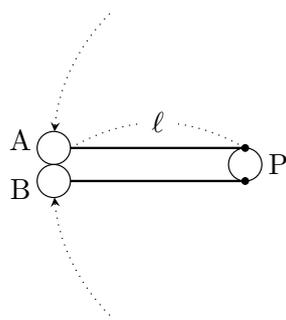


図 3

2 長さ l 、断面積 S の図 1 のような導体を考える。導体の両端には電池によって V の電圧が加えられていて、大きさ I の電流が流れている。導体中の単位体積当たりの自由電子の数を n 、自由電子の速さを v 、電子 1 個の電気量を $-e$ 、質量を m として、以下の問いに答えよ。

問 1 電流の大きさは単位時間あたりに導体の断面を通過する電気量の大きさである。時間 t の間に図 1 に示された断面 S (断面積 S) を通過する電子数を求めることにより、電流の大きさが

$$I = envS$$

と表されることを示せ。

問 2 導体に一定の電流 I が流れているとき、全ての自由電子は一定の速さで移動しているというモデルを考える。この場合、自由電子が電圧 V による電場から受ける力と導体中の陽イオンから受ける抵抗力がつり合っている。この抵抗力の大きさは速さ v に比例し kv で表されるものとする。ここで、 k は定数である。このことから、 I が V に比例するというオームの法則を導き、抵抗 R を求めよ。

問 3 自由電子は、実際には導体を構成する陽イオンとの衝突などによって、速さの変化を繰り返しながら運動する。そこで、自由電子が図 2 のような速さの変化を行うモデルを考える。すなわち、自由電子は時間 t_0 の間、電場により加速されるが、導体を構成している陽イオンと衝突して停止し、再び加速される。この「 t_0 間の加速」と「衝突による停止」を繰り返しているものとする。時間 t_0 の間の自由電子の速さの平均値を求めよ。

問 4 問 3 で求めた自由電子の速さの平均値と、問 2 で考えた速さ v が等しいとして、 t_0 と k の関係を求めよ。問 2 で求めた抵抗 R を、 t_0 を用いて表せ。導体の温度が上がると、抵抗はどのように変化するか。理由を付けて述べよ。

問 5 電場が時間 t の間に導体中の全ての自由電子にする仕事 W を求めよ。この W はジュール熱になると考えられるが、その理由を説明せよ。

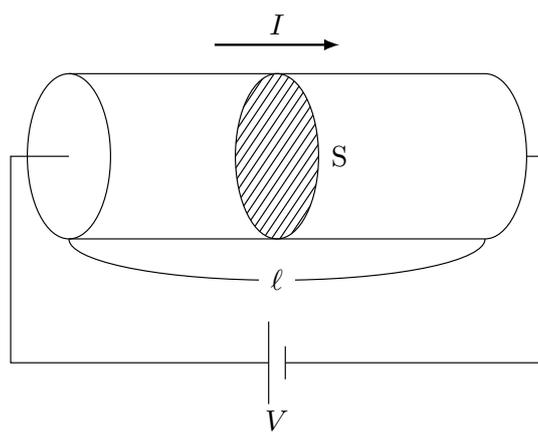


図 1

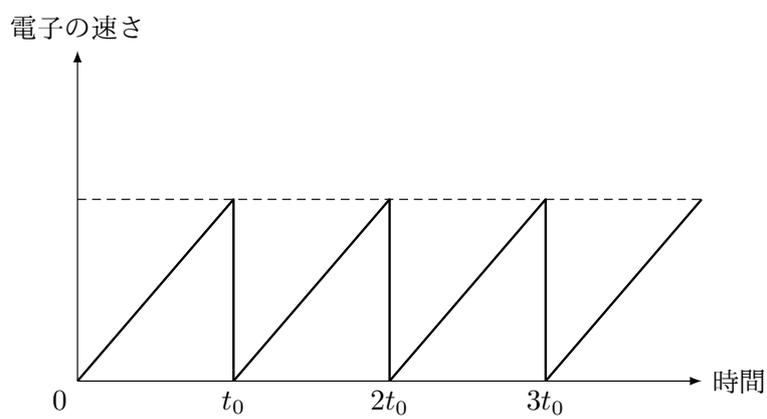


図 1

3 図1のように、スクリーンに平行におかれた2枚の不透明な薄板に単スリット S_0 、および2本のスリット S_1, S_2 を平行にあけた。光源からの波長 λ の単色光をスリット S_0 に当てたところ、スクリーン上に明暗の縞模様が現れた。 x 軸を図の方向にとり、 S_1, S_2 の中点 M と S_0 を結ぶ直線がスクリーンと垂直に交わる点 O を x 軸の原点とする。 $S_0M = \ell$, $S_1S_2 = d$, $MO = L$ として、以下の問いに答えよ。

問1 スクリーン上の点を P とし、 $OP = x$ とする。 S_1P と S_2P の距離をそれぞれ求めよ。

問2 d が $MP = R$ よりも十分小さいとき、 $\angle PMO = \theta$ とすると、 S_1P と S_2P の光路差（光の経路差）が $d \sin \theta$ となることを示せ。ただし、 $|y|$ が1に比べて十分小さいとき、 $(1 + y)^\alpha \approx 1 + \alpha y$ であることを用いよ。

図2のように S_1 から S_2P に垂線を下ろし、その垂線と S_2P との交点を H とする。 S_1P と S_2P が平行とみなせるとき、問2で求めた光路差は S_2H と等しくなっている。問5の解答の際には、このことを用いよ。

問3 点 O から数えて m 番目 ($m = 1, 2, 3, \dots$) の明線までの距離 x_m を求めよ。

問4 次に、 S_0 を x 軸に平行に徐々に移動させる。 a ($a > 0$) 移動させたときにはじめて移動前と同じ位置に明線が現れた。 a を求めよ。ただし、 d は ℓ よりも十分小さいものとする。

レーザーから発される光のように位相がそろった単色光を用いると、波長とスリット幅を調整すれば、単スリットだけでもスクリーン上に干渉縞を観測することができる。

図1の装置から S_1, S_2 をあけた薄板を取り除いた装置を図3に示す。単スリット S_0 の面に垂直に波長 λ の単色光の平面波を当てたところ、スクリーン上に干渉縞が現れた。その干渉縞は点 O で最も明るく、点 P に暗線が現れた。以下の問いでは、点 P が暗線となる理由を考える。ここで S_0 の中点を C とし、 $\angle PCO = \theta$ とする。

図4のように、 S_0 の幅を b とし、その間を $2n$ 等分した区画に分け、それぞれの区間の中点 A_i ($i = 1, 2, \dots, 2n$) から出る素元波に注目し、それらの干渉を考える。ただし、 b は $\ell + L$ に比べて十分小さいものとする。

問5 $j < k$ として A_jP と A_kP の光路差を求めよ。ただし、 A_jP と A_kP を平行とみなしてよい。

問6 点 A_j ($j = 1, 2, \dots, n$) と点 A_{j+n} から出た 2 つの素元波がスクリーン上で弱め合うための条件を, b , θ , λ の間の関係式として表せ. また, この関係式が成り立つとき, 点 P は暗線となる. その理由を説明せよ.

問7 S_0 の幅を狭くしていくと, 点 O に最も近い暗線はどのように変化していくかを述べよ.

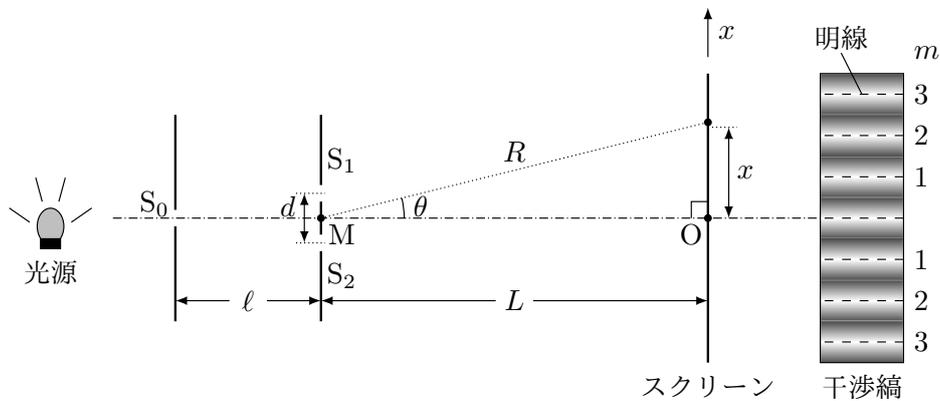


図 1

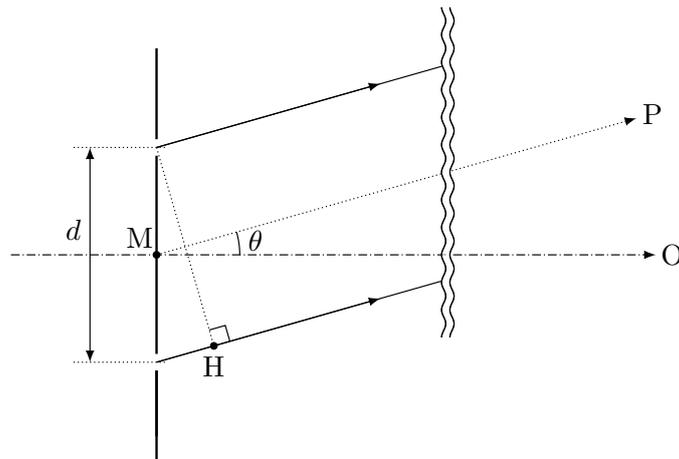


図 2

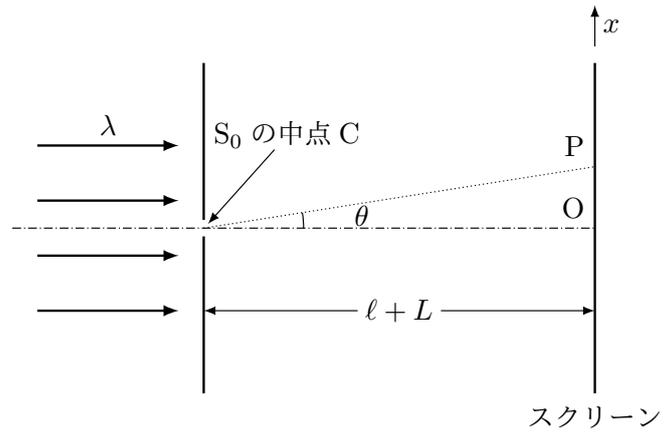


図 3

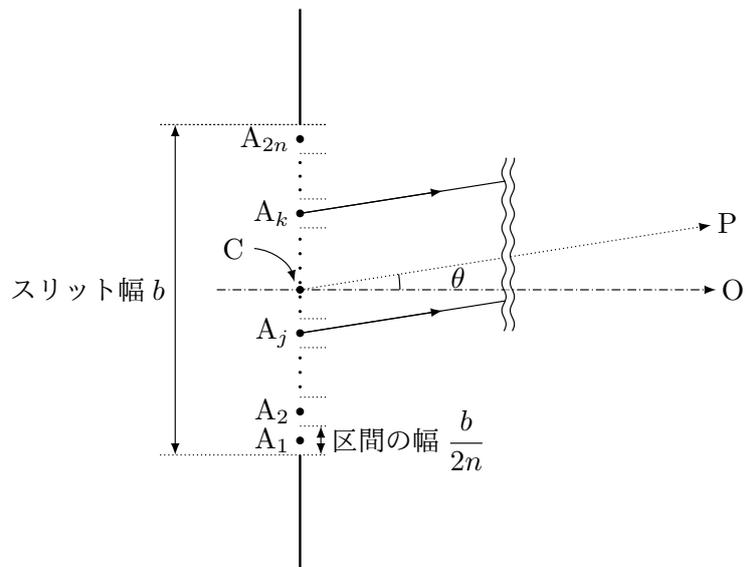


図 4