**1** 図1のように，鉛直方向に距離 $2\ell$ だけ離れた2点O，Pに長さが $\ell$ の軽い糸の一端をそれぞれ固定し，他端にそれぞれ質量 $m$ の小球Aと質量 $M$ の小球Bをつり下げる．Aに速さ $v_0$ を水平左向きに与えると，OPの中点で静止していたBと弾性衝突をした．衝突は一直線上で起こり，AとBは同一鉛直面内を運動するものとする．重力加速度の大きさを $g$ として，以下の問いに答えよ．

問1　衝突直前のAの速さ $v$ およびAにつながった糸の張力を求めよ．さらに，糸がたるむことなくAがBに衝突するために，$v_0$ が満たす条件を求めよ．

問2　衝突直後のA，Bの速度の水平成分 $v_{\mathrm{A}}$，$v_{\mathrm{B}}$ を，$m$，$M$，$v$ を用いて表せ．ただし，右向きの速度の水平成分を正とする．

$\dfrac{M}{m}$ と $v_0$ がある値のとき，衝突後AとBはともに図2のように糸がたるむことなく反時計回りに1回転し，再びOPの中点で衝突した．

問3　2回目の衝突直後のA，Bの速度の水平成分 $v'_{\mathrm{A}}$，$v'_{\mathrm{B}}$ を，$m$，$M$，$v$ のうち必要なものを用いて表せ．

問4　AとBはその後どのような運動を続けるか，理由とともに答えよ．

問5　$v_0$ の値は $4\sqrt{g\ell}$ であった．$\dfrac{M}{m}$ を求めよ．

問6　$\dfrac{M}{m}$ と $v_0$ の値を変えても上記と同じような運動が起こるためには，どのような条件を満たさなければならないか，$\dfrac{{v_0}^2}{g\ell}$ を $\dfrac{M}{m}$ を用いて表せ．また，$\dfrac{M}{m}$ が取り得る値の範囲を示せ．

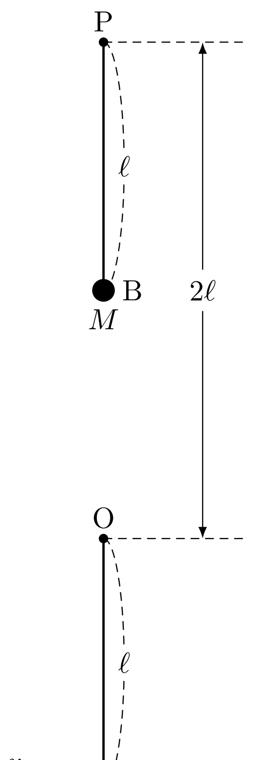


図 1

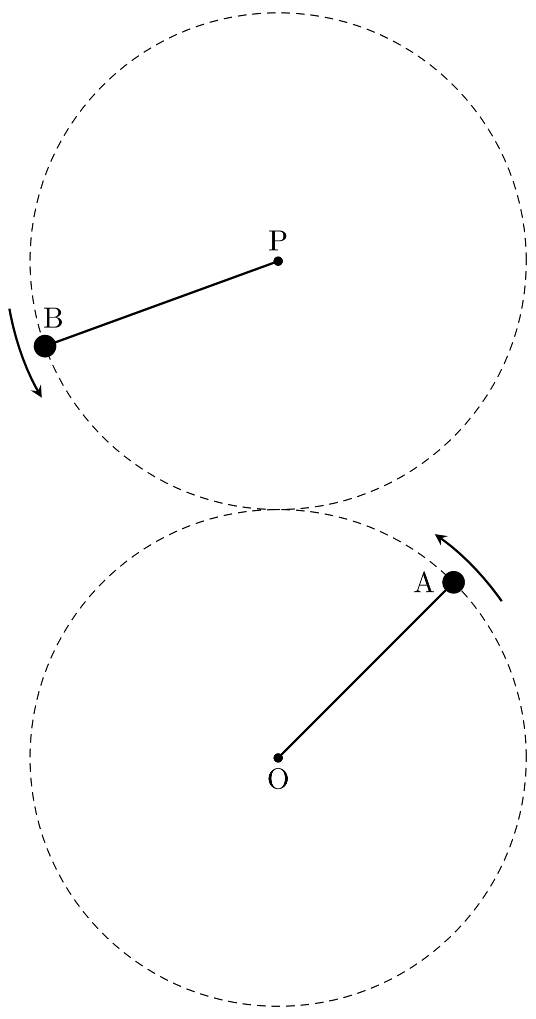


図 2

$\boxed{2}$ 起電力 $E$ の直流電源，角周波数 $\omega$ の交流電源，抵抗値 $r$ の抵抗 r，抵抗値 $R$ の抵抗 R，自己インダクタンス $L$ のコイル L，電気容量 $C$ のコンデンサー C，3 個のスイッチ $S_1$，$S_2$，$S_3$ からなる回路が図 1 のように接続されている．はじめ，コンデンサーは帯電していない．電源とコイルの内部抵抗，素子間の導線の抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ．

問 1　図 2 のように，$S_1$ を直流電源につなぎ，$S_2$ を閉じ，$S_3$ をコイル側につないだ．十分な時間が経過した後に R で消費される電力を求めよ．

問 2　次に，図 3 のように $S_1$ を開くと，振動電流が発生し，しばらくすると電流は消失した．$S_1$ を開いてから電流が消失するまでに R で発生したジュール熱を求めよ．

続いて図 4 のように，$S_2$ を開き，$S_1$ を交流電源に接続し，十分な時間が経過すると，L に電流が流れていた．

問 3　流れた電流が，時刻 $t$ を用いて $I_0 \sin\omega t\,(I_0 > 0)$ で表されるとき，L と R からなる直列回路全体にかかる電圧の最大値を求めよ．また，その電圧が最大となるときの L にかかる電圧を求めよ．

次に図 5 のように，$S_3$ を r 側に切りかえ，$S_2$ を閉じた状態で十分な時間が経過した．交流電源の電圧を $V_0 \sin\omega t\,(V_0 > 0)$ で表し，C を流れる電流を $i_\mathrm{c}$，r を流れる電流を $i_\mathrm{r}$ とおく（それぞれ図 5 の矢印の向きを正とする）．また，以後では，交流電源の 1 周期にわたる $A$ の平均を $\overline{A}$ と表す．この場合，例えば，$\overline{\sin\omega t} = 0$ となる．

問 4　$\overline{(i_\mathrm{c} + i_\mathrm{r})^2}$ を計算せよ．

問 5　C と r からなる並列回路のインピーダンス $Z$ を求めよ．なお，並列回路に作用する電圧を $V_\mathrm{p}$，並列回路に流れる電流を $I_\mathrm{p}$ とおくと，並列回路のインピーダンスは $\dfrac{\overline{{V_\mathrm{p}}^2}}{\overline{{I_\mathrm{p}}^2}}$ の平方根で表されるとしてよい．

問 6　$i_\mathrm{c}$ の最大値 $I_\mathrm{c}$，$i_\mathrm{r}$ の最大値 $I_\mathrm{r}$ を用いて，角度 $\alpha\,(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ を $\tan\alpha = \dfrac{I_\mathrm{c}}{I_\mathrm{r}}$ で定義する．$xy$ 平面上において点 $(Z\cos\alpha, Z\sin\alpha)$ を，一定の $V_0$ の下で $\omega$ を変化させるごとに記録する．この

とき，点の集合はどのような曲線上にあるか．その曲線の方程式を求め，さらにその概形を解答用紙に図示せよ．なお，$C$ と $r$ は $\omega$ によって変化しないとする．

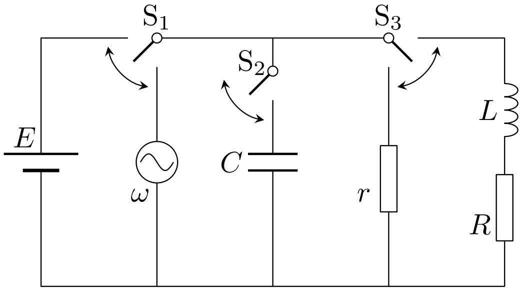


図 1

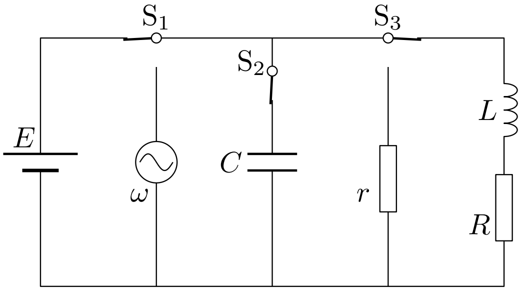


図 2

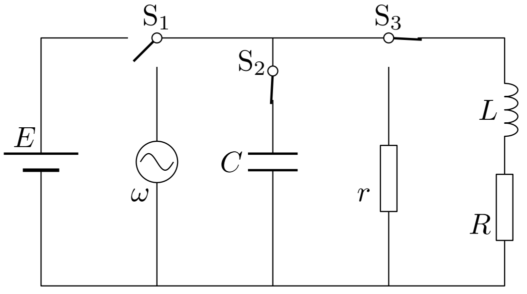


図 3

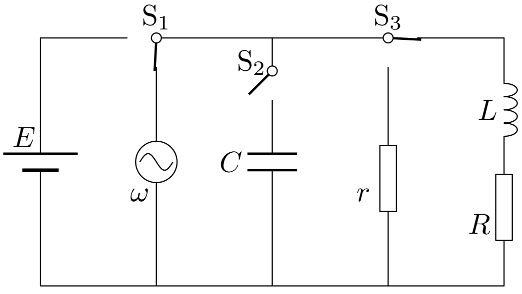


図 4

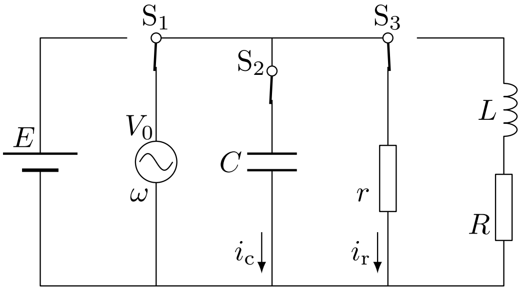


図 5

3　図1のように，大気中において，水平な台の上に鉛直に立てられた，なめらかに動くピストン付きの円筒容器に，物質量 $n$ の理想気体を閉じ込めた．ピストンの厚さは $\ell$，底面積は $S$，質量は $m$ である．容器の質量は $M$ で，厚さは無視できるものとする．容量とピストンは，ともに断熱材でつくられている．大気圧を $p_0$，重力加速度の大きさを $g$ とする．

問1　容器内の気体の圧力を求めよ．

次に，図2のように，ピストンが抜け落ちないように，容器の上下を逆にして，水の中にゆっくりと沈め，水面とピストンの上面の間の距離が $h$ のときに手を離したところ，ピストンと容器は水中で静止した．水の密度を $\rho$ とし，気体定数を $R$ とする．以下の問いに答えよ．

問2　気体の圧力 $p$ を，ピストンに働く力のつり合いから求めよ．

問3　気体の体積 $V$ を求めよ．

問4　気体の温度 $T$ を求めよ．

さらに，容器をゆっくりと沈め，図3のように，水面とピストン上面の間の距離が $H\,(H > h)$ となったところで，静かに手を離した．理想気体の断熱変化において，圧力と体積の間に（圧力）×（体積）$^\gamma$ = 一定 という関係が成り立つことに注意して，以下の問いに答えよ．

問5　手を離した直後の気体の体積を $W$ とする．$\dfrac{W}{V}$ を求めよ．

問6　手を離した直後の容器に働く力を求め，容器の運動の向きを答えよ．ただし，容器は鉛直方向にのみ運動するものとする．

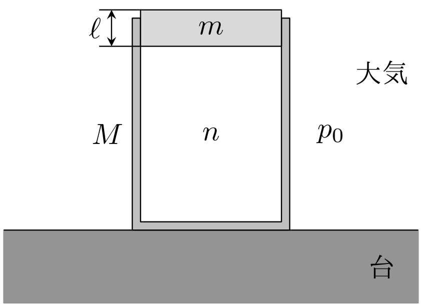


図 1

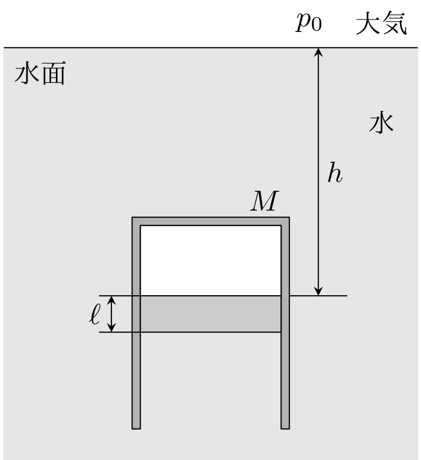


図 2

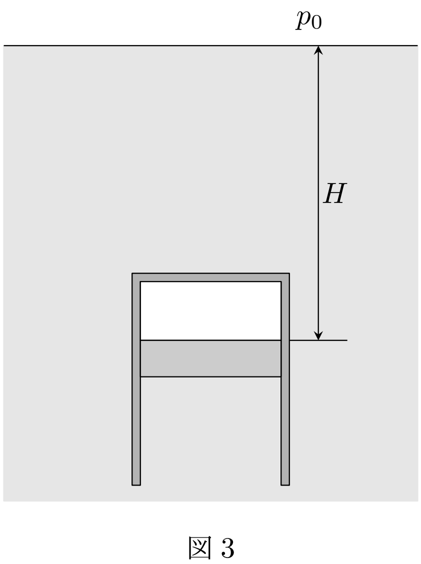


図 3