1 真空中で，図 1 のような磁場と電場のかかる水平面（xy 平面）内を運動する質量 m，電気量 $q\,(>0)$ の荷電粒子を考える．$x<0$ の領域（領域 L）および $x>d$ の領域（領域 R）では，磁束密度の大きさ B の一様かつ時間的にも一定な磁場が鉛直下向きにかかっているが，電場はかかっていない．一方，$0\leq x\leq d$ の領域には，大きさ E の電場が x 軸の正の向きにかかっているが，磁場はかかっていない．この電場の向きは反転させることができる．荷電粒子は原点 O から初速度 0 で運動を開始する．重力の影響を無視して，以下の問いに答えよ．

問 1　荷電粒子が領域 R に入るときの速さ v_1 を求めよ．

問 2　領域 R において，荷電粒子は半円の軌道を描いた．その理由を説明せよ．また，半円の半径 r_1 と，荷電粒子が領域 R 内にあった時間 t_1 を求めよ．

問 3　荷電粒子が領域 R を出るときに電場の向きを反転させた．その後，荷電粒子が領域 L に入るときの速さ v_2 を，v_1 を用いて表せ．

問 4　領域 L において，荷電粒子は半径 r_2 の半円の軌道を描いたあと，磁場のかかっていない領域に戻った．荷電粒子が領域 L 内にあった時間 t_2 を，t_1 を用いて表せ．また，r_2 を，r_1 を用いて表せ．

以上のように，荷電粒子が磁場のかかっていない領域に入るたびに電場の向きを反転させると，荷電粒子を加速し続けることができる．

問 5　荷電粒子が $n\,(n=2,3,4,\cdots)$ 回目に磁場のかかっている領域に入るときの速さ v_n を，v_1 と n を用いて表せ．さらに，その領域における軌道の半径 r_n を，r_1 と n を用いて表せ．

以上の操作を行って荷電粒子を高速に加速させるためには，非常に広い面積が必要となる．しかし，電場の向きだけでなく，磁束密度の大きさも変化させれば，装置を巨大化させることなく荷電粒子を加速し続けることができる．そこで，荷電粒子が n 回目に磁場のかかっている領域に入るときにかける磁束密度の大きさを B_n とする．

問 6　荷電粒子を，図 2 のような直線と半径 r_1 の半円からなる軌道を維持したまま加速し続けるための B_n を，n と $B_1\,(B_1=B)$ を用いて表せ．ただし，磁場の変化で生じる誘導電場は無視できるものとする．

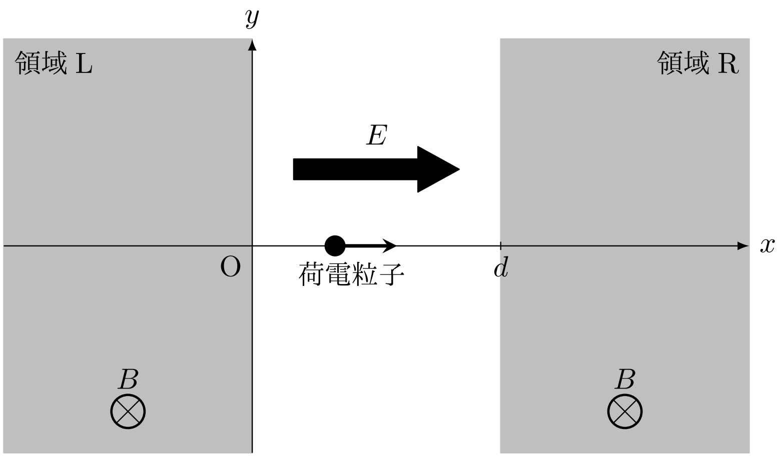


図 1

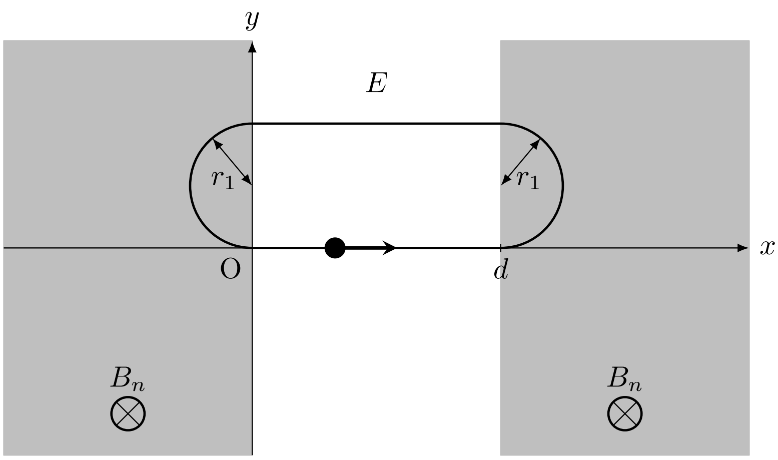


図 2

2 なめらかに動くピストンがついた円筒容器に，$1\,\mathrm{mol}$ の単原子分子理想気体が閉じ込められている．この気体の状態を図のように，$\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C} \to \mathrm{D} \to \mathrm{A}$ とゆっくり変化させる．ここで，過程 $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ は断熱変化，過程 $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ は定圧変化，$\mathrm{C} \to \mathrm{D}$ は断熱変化，過程 $\mathrm{D} \to \mathrm{A}$ は定積変化である．状態 A の体積は V_1，絶対温度は T_1，状態 B の体積は V_2，状態 C の体積は V_3，状態 D の体積は V_1 である．この理想気体が断熱変化するとき，気体の圧力 p と体積 V の間には $pV^{\frac{5}{3}} = $ 一定 という関係がある．気体定数を R として，以下の問いに答えよ．ただし，解答は V_1，V_2，V_3，T_1 および R の中から必要なものを用いて表すこと．

問 1　状態 B の圧力 p_2 および絶対温度 T_2 を求めよ．

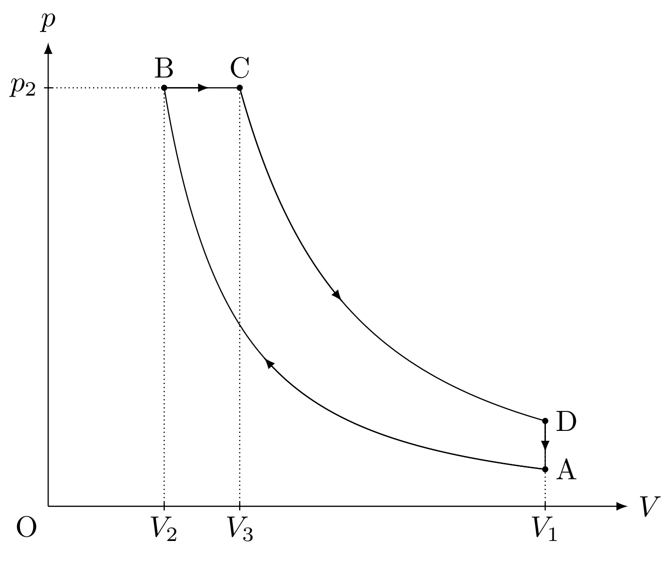
問 2　$\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ において，外部が気体にする仕事 W_{AB} を求めよ．

問 3　状態 C の絶対温度 T_3 を求めよ．

問 4　過程 $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ において，気体が外部にする仕事 W'_{BC}，気体の内部エネルギーの変化 $\mathit{\Delta} U_{\mathrm{BC}}$，および気体が吸収する熱量 Q_{BC} を求めよ．

問 5　過程 $\mathrm{C} \to \mathrm{D}$ において，気体が外部にする仕事 W'_{CD} を求めよ．

問 6　このサイクルを熱機関とみなしたときの熱効率を求めよ．



p
p2
B
C
D
A
O
V2
V3
V1
V

3 図のように，質量が M で高さが H の台が摩擦のない水平な床の上に静止している．台の斜面 ABC は摩擦のないなめらかな曲面で，A 付近の傾斜角は $45°$，C 付近でなめらかに水平になっている．また，台の左面 AD は鉛直面である．台の右側には鉛直な可動壁（以下，壁と呼ぶ）がある．台の最高点 A で質量 $m\,(< M)$ の小球を静かにはなすと，小球は斜面に沿ってすべり始め，C で台からはなれた後，壁と弾性衝突する．壁の質量は大きく，衝突の前後で壁の速度は変化しないものとする．また，小球は同一鉛直面内を運動するものとする．重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ．

問 1　小球が台からはなれる瞬間の小球の速さ v_0 と台の速さ V_0 を求めよ．

左向きを正として，壁の速度を $U\,(U \geq 0)$ とする．

問 2　壁に衝突した直後の小球の速さを，v_0 と U を用いて表せ．

$U = 0$ のとき，壁にはね返された小球は，台に追いつき，台の斜面上を上昇し，高さ h まで達して上昇が止まる．

問 3　h を，H，m，M を用いて表せ．

$U = U_0$ のとき，壁にはね返された小球は，台の斜面を上昇し，A に達して上昇が止まる．

問 4　$U_0 = \alpha v_0$ と表すとき，$\alpha = \dfrac{m}{M}$ であることを示せ．

$U > U_0$ のとき，壁にはね返された小球は，台の斜面を上昇し，A で台からはなれ，台の左側の床に落下する．この間に壁が台に追いつくことはない．

問 5　小球が A で台からはなれる瞬間の，台に対する小球の相対速度の水平成分の大きさ v_{r} と鉛直成分の大きさ u_{r} の関係を表す式を求めよ．

問 6　$U = (1+\alpha)v_0$ のとき，壁ではね返された小球が台の左側の床に落下する瞬間の，小球と台の左端 D の間の距離を，α と H を用いて表せ．ただし，$\alpha = \dfrac{m}{M}$ である．

必要なら，次の等式を用いてもよい．

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2+\frac{1}{2}m_2{v_2}^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(v_1-v_2)^2$$