

I 浮力

【メモ】

・水圧，浮力の公式を使うだけの問題。

【解答】

問1 公式より，

$$p_{\text{上面}} = p_0 + \rho gh, \quad p_{\text{下面}} = p_0 + \rho g(H + h).$$

問2 周囲の流体から受ける力の合力を計算して*1，

$$|F| = |p_{\text{上面}}S - p_{\text{下面}}S| = \rho SHg.$$

問3 運動方程式より，

$$\rho_A SH\alpha = \rho_A SHg - \rho SHg.$$

問4 物体のつりあいより，

$$0 = \rho_A SHg - \rho_2 S(H - X_0)g - \rho_1 SX_0g \quad \therefore X_0 = \frac{\rho_A - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} H.$$

問5 つりあいの位置から x だけ沈めたときの浮力は，公式より，

$$F(x) = -\rho_2 S(H - X_0 - x)g - \rho_1 S(X_0 + x)g.$$

つりあいの位置での浮力 $F(0)$ との差分を考えて，

$$|F(x) - F(0)| = |(\rho_2 - \rho_1)Sgx| = (\rho_1 - \rho_2)Sgx.$$

問6 x にあるときの運動方程式より，

$$\begin{aligned} \rho_A SHa &= \rho_A SHg - \rho_2 S(H - X_0 - x)g - \rho_1 S(X_0 + x)g \\ &= -(\rho_1 - \rho_2)Sgx \\ a &= -\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_A} g \frac{x}{H} \end{aligned}$$

よって，周期 T は，

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_1 - \rho_2} \frac{H}{g}}.$$

*1 左右は相殺する。

【補足】水圧の公式，浮力の公式

液面を原点とし，水面から鉛直下向きに z 軸を定める．水面を押す外界の圧力を p_0 とし， $z = 0$ から $z = z$ までの静止水柱（密度 ρ ，断面積 S ）を考える．水柱のつりあいより，

$$\begin{aligned} 0 &= -p(z)S + p(0)S + \rho Sgz \\ \therefore p(z) &= p(0) + \rho gz. \end{aligned}$$

浮力は物体が周囲の流体から受ける力の合力である．ここでは簡単のため円筒形の物体（断面積 S ，高さ H ）を考える．また，物体の下面で位置 z を測る．

物体が液面から飛び出し，深さ z だけ沈んでいるとき，

$$\begin{aligned} F &= -p(z)S + p(0)S \\ &= -\rho S z g. \end{aligned}$$

物体の全ての部分が沈んでいるとき，

$$\begin{aligned} F &= -p(z)S + p(z - H)S \\ &= -\rho S H g. \end{aligned}$$

2つの結果から，物体は流体から物体が押し退けた流体の体積に相当する流体の重さ*2に等しい大きさの浮力を受ける（アルキメデスの原理）．

*2 (重さ) = (質量) \times g .

II vBl 公式の電磁誘導

【メモ】

- ・ 導体棒の運動方向と磁場が直交していないとき、磁場の直交成分のみを考える。
- ・ 全体のエネルギー収支を考えたとき、導体棒が磁場から受ける力*3のする仕事率と誘導起電力のする仕事率は相殺する。

【解答】

問1 C側が高電位で*4、大きさは vBl 公式より、

$$V_0 = \underline{v_0 Bl}.$$

問2 回路に電流は流れないので

$$F_0 = 0.$$

問3 vBl 公式より*5、

$$V_1 = \frac{1}{\underline{\sqrt{2}}} v_1 Bl.$$

キルヒホッフ則より、

$$I_R = \frac{v_1 Bl}{\underline{\sqrt{2} R}}.$$

よって、公式より、

$$F_1 = I_1 Bl = \frac{(Bl)^2}{\underline{\sqrt{2} R}} v_1.$$

問4 キルヒホッフ則より、

$$I_2 = \frac{v_2 Bl}{\sqrt{2} R}.$$

導体棒のつりあいより、

$$0 = \frac{1}{\sqrt{2}} mg - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_2 Bl}{\sqrt{2} R} Bl \quad \therefore v_2 = \frac{\sqrt{2} R mg}{\underline{(Bl)^2}}.$$

*3 導体棒の中を流れる電流が受ける力と言った方が丁寧？

*4 導体内部の正電荷が受けるローレンツ力の向きに電池化する。

*5 B の面に垂直な成分を利用。

単位時間に生じるジュール熱は公式より*6,

$$Q_R = RI_2^2 = R \left(\frac{mg}{Bl} \right)^2.$$

問5 $v = 0$ においてつりあうには, 電流は奥から手前向きに流れる必要がある. よって, 上向き.

問6 キルヒホッフ則・つりあいより,

$$\begin{cases} V_E - RI_3 = 0, \\ 0 = \frac{1}{\sqrt{2}}mg - \frac{1}{\sqrt{2}}I_3Bl, \end{cases} \quad \therefore V_E = \frac{Rmg}{Bl}.$$

【補足】問3 いろいろ*7

キルヒホッフ則・運動方程式より

$$\begin{cases} V_E + \frac{1}{\sqrt{2}}vBl - RI = 0, \\ m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2}}mg - \frac{1}{\sqrt{2}}IBl, \end{cases}$$

キルヒホッフ則から I を求め, 運動方程式に代入して,

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{\sqrt{2}}mg - \frac{1}{\sqrt{2}}IBl \\ &= -\frac{(Bl)^2}{2R} \left\{ v - \frac{\sqrt{2}}{Bl} \left(V_E - \frac{Rmg}{Bl} \right) \right\}. \end{aligned}$$

よって, 導体棒の速度 v は指数関数的にある一定速度に収束する.

加速度が0となったときの速度は,

$$v = \frac{\sqrt{2}}{Bl} \left(V_E - \frac{Rmg}{Bl} \right)$$

であり*8, この速度が0となるためには,

$$V_E = \frac{Rmg}{Bl}$$

を満たす必要がある.

また, キルヒホッフ則に I , 運動方程式に v をかけて2式和を取ると,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) + RI^2 = V_E I + mg \frac{v}{\sqrt{2}}$$

となり, 力学系と回路を合わせた全体のエネルギー収支を表す式を得る.

*6 全体のエネルギー収支を考えて $\frac{1}{\sqrt{2}}mgv_2$ を計算しても良い.

*7 問2を考えるには $V_E = 0$ とすればよい.

*8 $V_E < 0$ だと $v = 0$ になり得ない.

III - A ダイオードの内部構造

【メモ】

・全体的に知識がないと試験場での解答は難しい。現実的な話、(余裕や興味がない限りは)わざわざ時間を割いて勉強する必要はない。心配性な人は、試験前に一度教科書に目を通しておけばそれで十分である*9。

・試験場では B 問題を選択する。

【解答】

問 1 (A) N (B) (自由)電子 (C) P (D) 正孔/ホール

問 2 導体では、金属イオンの熱運動が激しくなることにより抵抗率は上昇する。半導体では、充満帯にある電子がより高エネルギー側にある伝導帯に移ることで、伝導帯のキャリア数が増加する。そのため、抵抗率は減少する。(100 字)

問 3 P から N の方向が順方向。よって (B)。

問 4 与えられた数値より、

$$\frac{hc}{\lambda} > 1.6 \times 10^{-18}$$

$$\lambda < \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.8 \times 10^{-19} \text{ J}} \quad \therefore \lambda < \underline{1.1 \times 10^{-6} \text{ m}}.$$

問 5 充満帯の電子が光を吸収することで伝導帯に電子が生じ、充満帯には正孔が生じる。このとき、両方のキャリアが接合部分にある内部電場によりそれぞれ P 側、N 側に分かれることによって、内部に電位差が生じるため。(99 字)

*9 今回の問題を扱ったのは、心配性の人が心配するそういう万が一のためです。

【補足？】各問題について少しずつ

- 問1：周期表を考えれば良い。ケイ素に対して、リンの最外殻電子は1つ多く、ホウ素の最外殻電子は1つ少ないことから、それぞれN型半導体、P型半導体^{*10}とわかる。
- 問2：導体については知っていないと答えられない。半導体については問題文の情報を整理することで解答が可能。
- 問3：P側を高電位にした場合、P側では正孔が接合部に向かって、N側には電子が接合部に向かって流れ込み、全体として電荷の流れが生じる^{*11}。一方、P側を低電位としたとき、正孔、電子ともに接合部から離れるように動くため、全体として電荷の流れが生じない。
- 問5：接合部近傍では、両方のキャリアが結合することでキャリアのない部分が生じる^{*12}。この部分に注目したとき、N側では、自由電子の消滅により、その場にある陽イオンによって正に帯電する。P側では、正孔の消滅により、自由電子の数が上回り負に帯電する。これにより、N側からP側に向かう内部電場が生じる。光の照射によって生じた電子、および正孔はこの内部電場によって電子はN側、正孔はP側へと動くことで電位差が生じる^{*13}。

*10 NはNegative、PはPositiveに由来する。

*11 接合部分では両キャリアが流れ込みともに消滅する。キャリアは、外部からどんどん供給されるので電流は流れ続ける。

*12 空乏層と呼ぶ（覚えなくてもよいが、余裕があれば覚えておくとよい）。

*13 光起電力効果と呼ぶ（覚えなくてもよい）。

III - B 水素原子

【メモ】

・教科書レベルの出題.

【解答】

問1 運動方程式（中心成分）より，

$$m \frac{v^2}{r} = k_0 \frac{e^2}{r^2}.$$

問2 問1より，

$$v = \sqrt{\frac{k_0 e^2}{mr}}.$$

ボーアの量子条件より，

$$\begin{aligned} 2\pi r &= \frac{h}{mv} n = \frac{h}{m} n \sqrt{\frac{mr}{k_0 e^2}} \\ \therefore r &= \frac{h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2} n^2. \end{aligned}$$

問3 問1, 問2の結果を利用し，

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m v^2 + k_0 \frac{e(-e)}{r} \\ &= -k_0 \frac{e^2}{2r} \\ &= -\frac{2\pi^2 m k_0^2 e^4}{h^2} \frac{1}{n^2}. \end{aligned}$$

問4 振動数条件より，Cより短い波長が存在しないことから，CF間に観測された光は電子が $n > 1$ の軌道から $n = 1$ の軌道に遷移した際に生じた光とわかる．最も低エネルギーな $n = 2$ の軌道から遷移した際に生じた光がFである．（103字）

問5 BからDまでは $n > 2$ の軌道から $n = 2$ の軌道に遷移するとき観測された光の波長である．Dの波長が最も長いことからDは $n = 3$ から遷移した際に生じた光であり，続くEは $n = 4$ から遷移した際に生じた光である．エネルギー準位の比例定数を $I = \frac{2\pi^2 m k_0^2 e^4}{h^2}$ と略記して*14，ボー

*14 しなくてもいいけど，した方が見やすいので．

アの振動数条件より,

$$\begin{cases} I \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{hc}{\lambda}, \\ I \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = \frac{hc}{4.9 \times 10^{-7} \text{ m}}, \end{cases} \quad \therefore \lambda \doteq \underline{\underline{6.6 \times 10^{-7} \text{ m}}}.$$