第 1 問（衝突）

【メモ】

・複数物体系の運動の基本は保存則（外力のない方向の運動量成分，力学的エネルギー）の連立.

・衝突は外力のない方向の運動量保存則と問題で与えられた条件を連立して解く.

【解答】

問 1　はね返り係数の式より，

$$v - V = -1 \cdot (0 - V)\,, \qquad \therefore v = \underset{\sim\sim}{2V}\,.$$

問 2　運動量保存則・はね返り係数の式より，

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = 2 m_1 V\,, \\ v_1 - v_2 = -1 \cdot (2V - 0)\,, \end{cases} \qquad \therefore v_1 = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{2(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} V}\,, \quad v_2 = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{4m_1}{m_1 + m_2} V}\,.$$

問 3　問 2 より，

$$v_1 = \frac{2(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} V < V\,, \qquad \therefore \underset{\sim\sim\sim\sim}{\frac{m_1}{m_2} < 3}\,.$$

問 4　はね返り係数の式より，

$$u - V = -1 \cdot (v_1 - V)\,, \qquad \therefore u = 2V - \frac{2(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} V = \frac{4m_2}{m_1 + m_2} V\,.$$

よって，エネルギー収支の式より，

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v^2 - 0 = W_1\,, \\ \frac{1}{2} m_1 u^2 - \frac{1}{2} m_1 {v_1}^2 = W_2\,, \end{cases} \qquad \therefore W = W_1 + W_2 = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{8 m_1 m_2}{m_1 + m_2} V}\,.$$

第２問（電気回路）

【メモ】

・電気回路の状態は，

$$
\begin{cases}
\text{キルヒホッフ則} \\
\text{電荷保存則} \\
\text{素子の性質}^{*1}
\end{cases}
$$

によって一意に定まる．

・ダイオードは順方向に電位差がかかっているときに電流が流れる[*2]．本問では理想的なダイオードを仮定している．

【解答】

問 1　キルヒホッフ則より，

$$V - L\frac{\Delta I}{\Delta t} - rI = 0$$

ここでコイルの性質（電流の連続性）より $I = 0$ である．よって，

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}\,.$$

問 2　コイルの性質より，十分時間経過で $L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 0$ である．よって，

$$I = \frac{V}{r}\,.$$

問 3　問 1，問 2 を踏まえて (エ)．

問 4　キルヒホッフ則は，外側のループでは，

$$V - L\frac{dI}{dt} - rI = 0\,.$$

このとき，ダイオードには常に逆方向の電位差がかかり[*3]，ダイオードには電流が流れない．よって，(エ)．

*2 自明でないときは，電流が流れると仮定してキルヒホッフ則を立て，矛盾するかどうかを確認すればよい．

*3 ダイオードに電流が流れると仮定すると逆方向の電位差がかかるような状況が得られるが，これはダイオードに電流が流れることに矛盾する．

問 5　問 4 より，始状態で回路に流れる電流の値は $I = \dfrac{V}{r}$ である．キルヒホッフ則より，

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t} - rI - RI = 0\,.$$

このとき，ダイオードには順方向の電位差がかかり，また，コイルの性質（電流の連続性）から $I = \dfrac{V}{r}$ である．よって，

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{R+r}{L}\frac{V}{r} = \underline{-\left(1+\frac{R}{r}\right)\frac{V}{L}}\,.$$

したがって，$\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ を大きくするには R を大きくすればよい．

問 6　$I = \dfrac{V}{r}$ より，

$$V_{\mathrm{S}} = R\frac{V}{r} + V = \underline{\left(1+\frac{R}{r}\right)V}\,.$$

よって，

$$\left(1+\frac{R}{r}\right)V \leq V_{\mathrm{m}}$$

$$R \leq \left(\frac{V_{\mathrm{m}}}{V} - 1\right)r\,, \qquad \therefore \max\{R\} = \underline{\left(\frac{V_{\mathrm{m}}}{V} - 1\right)r}\,.$$

第３問（分子運動論）

【解答】

問 1 (1) $\dfrac{v_z}{2L}$ (2) $2mv_z$ (3) $\dfrac{m{v_z}^2}{L}$ (4) $\dfrac{m{v_{iz}}^2}{L}$ (5) $\dfrac{Nm\overline{{v_z}^2}}{L}$ (6) $\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}$

(7) $pV = NkT$ (8) $\dfrac{3}{2}$

(a) 等方的

問 2 分子運動に特別な方向がないとすれば，円筒内部の半数が z 正方向，残り半数が z 負方向に運動することを踏まえて，

$$\varDelta N = \frac{1}{2}\frac{A\sqrt{\overline{{v_z}^2}}\,\varDelta t}{L^3}N = \frac{1}{2}\frac{N}{L^3}A\sqrt{\frac{k}{m}T}\,\varDelta t = \frac{pA}{\underline{2\sqrt{mkT}}}\varDelta t\,.$$

問 3 粒子の流出入数が等しいことより，

$$\varDelta N_1 = \varDelta N_2$$

$$\frac{p_1 A}{2\sqrt{mkT_1}}\varDelta t = \frac{p_2 A}{2\sqrt{mkT_2}}\varDelta t \qquad \therefore \frac{p_1}{p_2} = \underline{\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}}\,.$$

したがって，このようなモデルでは，分子の流出入が等しくかつ両側の温度（圧力）が等しいとき，両側の圧力（温度）も等しくなる．