I. 力学（等加速度運動，衝突）

(1)　時刻 t における物体の位置 (x, y) は，

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\theta t\,, \\ y = v_0 \sin\theta t - \dfrac{1}{2}gt^2\,. \end{cases}$$

$x = d$ を満たす時刻は $t = \dfrac{d}{v_0 \cos\theta}$ であり，このとき $y > 0$ となればよいので，

$$y = d\tan\theta - \frac{gd^2}{2{v_0}^2\cos^2\theta} > 0\,, \qquad \therefore\, \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{v_0 > \sqrt{\frac{gd}{\sin 2\theta}}}\,.$$

(2)　衝突直前の時刻 $t = \dfrac{d}{v_0\cos\theta}$ における物体の速度 (v_x, v_y) は，

$$\begin{cases} v_x = v_0\cos\theta\,, \\ v_y = v_0\sin\theta - \dfrac{gd}{v_0\cos\theta}\,. \end{cases}$$

よって，衝突の条件（はね返り係数 e）より[*1]，

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{\begin{pmatrix} -ev_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta - \dfrac{gd}{v_0\cos\theta} \end{pmatrix}}\,.$$

(3)　衝突直後の $v_y > 0$ を考えて，

$$v_y = v_0\sin\theta - \frac{gd}{v_0\cos\theta} > 0\,, \qquad \therefore\, \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{v_0 > \sqrt{\frac{2gd}{\sin 2\theta}}}\,.$$

(4)　壁の位置 X は $X = d + Vt$ であり $x = X$ を解いて，$t = \dfrac{d}{v_0\cos\theta - V}$ を得る．この時刻の下で $y > 0$ を考えて，

$$y = \frac{v_0\sin\theta}{v_0\cos\theta - V}d - \frac{g}{2}\left(\frac{d}{v_0\cos\theta - V}\right)^2 > 0\,, \qquad \therefore\, \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{v_0 > \frac{V}{2\cos\theta}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gd}{\tan\theta}}\right)}\,.$$

(5)　衝突の条件（はね返り係数 e）より，

$$v_x - V = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-e(v_0\cos\theta - V)}\,.$$

この式を解いて，

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{\begin{pmatrix} (1+e)V - ev_0\cos\theta \\ v_0\sin\theta - \dfrac{gd}{v_0\cos\theta - V} \end{pmatrix}}\,.$$

[*1] 衝突の前後で速度の x 成分が $v_x' - 0 = -e(v_x - 0)$ を満たす．なお，解答では $v_x' \to v_x$ とした．

II. 波動（光の干渉）

(1) $c' = \underset{\sim}{\dfrac{c}{n}}$, $\lambda' = \underset{\sim}{\dfrac{\lambda}{n}}$.

(2) 経路差 $\Delta\ell$ は図より，

$$\begin{aligned}\Delta\ell &= \frac{d}{\cos r} + \frac{d}{\cos r}\cos 2r \\ &= \frac{d}{\cos r}(1+\cos 2r) \\ &= 2\cos^2 r\frac{d}{\cos r} \\ &= 2d\cos r\,.\end{aligned}$$

よって，光路差は，

$$n\Delta\ell = \underline{2nd\cos r}\,.$$

(3) スネル則より，

$$1\cdot\sin i = n\sin r\,,\qquad \therefore \cos r = \sqrt{1-\left(\frac{\sin i}{n}\right)^2}$$

よって，位相差 $\Delta\phi$ は，

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda/n}2d\cos r + \pi = \underline{\frac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{n^2-\sin^2 i}+\pi}\,.$$

(4) $\underline{\dfrac{4\pi d}{\lambda}\sqrt{n^2-\sin^2 i}+\pi = 2m\pi}$.

(5) $i=0$，$n=\dfrac{3}{2}$ より，強め合いの条件は，

$$\frac{4\pi d}{\lambda}\frac{3}{2}+\pi = 2m\pi\,,\qquad \therefore \lambda = \frac{6}{2m-1}d\,.$$

ここで，可視光領域を考えるので，

$$\begin{aligned}4.0\times10^{-7}\,\mathrm{m} < \frac{6}{2m-1}\times 5.0\times10^{-7}\,\mathrm{m} < 8.0\times10^{-7}\,\mathrm{m} \\ 2+\frac{3}{8} < m < 4+\frac{1}{4}\,,\qquad \therefore m = 3\,,\ 4\,.\end{aligned}$$

以上より，

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{6}{6-1}\times5.0\times10^{-7}\,\mathrm{m} = \underline{6.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}}\,,\\ \lambda &= \frac{6}{8-1}\times5.0\times10^{-7}\,\mathrm{m} \fallingdotseq \underline{4.3\times10^{-7}\,\mathrm{m}}\,.\end{aligned}$$

(6) 前問同様に,

$$
\begin{gathered}
4.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}<\frac{6}{2m-1}\times1.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}<8.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}\\
\frac{7}{8}<m<1+\frac{1}{4}\,,\qquad \therefore m=1\,.
\end{gathered}
$$

よって,

$$
\lambda=\frac{6}{2-1}\times1.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}=6.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}
$$

であり,(エ) の緑色が対応する.

(7) この場合の干渉条件は,

$$
\mathit{\Delta}\phi=\frac{2\pi}{\lambda/n}2d\cos r=\begin{cases}2m\pi & (\text{強め合い})\\ (2m-1)\pi & (\text{弱め合い})\end{cases}
$$

であり,このとき,弱め合いの条件 が上から見たときの強め合いの条件と同様の形をとる.

III. 電磁気（コンデンサの中身，コイルの中身）

〔A〕(1) ① 公式より，

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}\,.$$

② 公式より，

$$E = \frac{V}{d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\,.$$

③ 公式より，

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\,.$$

④ 題意より，

$$u = \frac{U}{Sd} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\right)^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2\,.$$

(2) ⑤ ③より，

$$\varDelta U = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}(d + \varDelta d) - \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}d = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\varDelta d\,.$$

⑥ 系のエネルギー収支より，

$$W = \varDelta U = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\varDelta d\,.$$

⑦ 仕事の定義より，

$$W = F_{\mathrm{ex}}\varDelta d\,, \qquad \therefore F_{\mathrm{ex}} = \frac{1}{2}Q \times \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\,.$$

〔B〕(1) ⑧ 公式より，

$$H = nI = \frac{NI}{\ell}\,.$$

⑨ 磁束の定義より，

$$\varPhi = BS = \frac{\mu_0 NSI}{\ell}\,.$$

⑩ 公式より，

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\mu_0 SN^2 I^2}{2\ell}\,.$$

⑪ 題意より，

$$u = \frac{U}{S\ell} = \frac{\mu_0}{2}\left(\frac{NI}{\ell}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}\,.$$

〔C〕 ⑫ ⑩より，

$$\Delta U = \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2}\frac{1}{\ell + \Delta\ell} - \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2}\frac{1}{\ell} = -\frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2\ell}\frac{\Delta\ell}{\ell + \Delta\ell}\,.$$

⑬ ⑨より，

$$|\Delta\Phi| = \left|\frac{\mu_0 NSI}{\ell + \Delta\ell} - \frac{\mu_0 NSI}{\ell}\right| = \frac{\mu_0 NSI}{\ell}\left|\frac{-\Delta\ell}{\ell + \Delta\ell}\right|.$$

⑭ 電流の定義より，

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\,, \qquad \therefore \Delta Q = I\Delta t\,.$$

⑮ 公式より，

$$W_\mathrm{A} = \mathcal{E}\Delta Q = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Delta Q = -N\Delta\Phi\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 S N^2 I^2}{\ell}\frac{\Delta\ell}{\ell + \Delta\ell}\,.$$

⑯ 系のエネルギー収支より，

$$W = W_\mathrm{A} + \Delta U = \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2\ell}\frac{\Delta\ell}{\ell + \Delta\ell}\,.$$

⑰ ⑯に近似を施して，

$$W \fallingdotseq \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2\ell^2}\Delta\ell\,.$$

⑱ 仕事の定義より，

$$W = F_\mathrm{ex}\Delta\ell\,, \qquad \therefore F_\mathrm{ex} = \frac{1}{\ell} \times \frac{\mu_0 S N^2 I^2}{2\ell}\,.$$