I. 力学（単振動，衝突）

〔A〕 2 物体，およびばねからなる系の力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}m\cdot 0^2+\frac{1}{2}k(\ell-\ell^*)^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}k\cdot 0^2\,,\qquad \therefore\ \ell^*=\ell-v\sqrt{\frac{m}{k}}\,.$$

また，このとき物体 B のつりあいより垂直抗力の大きさを N として，

$$N=k(\ell-\ell^*)=v\sqrt{km}\,.$$

〔B〕(1) 物体 B のつりあいより，

$$N=mg\,.$$

(2) 物体 B の位置を $y=0$，物体 A の位置を y として，物体 A のエネルギー収支の式より[*1]，

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m\cdot 0^2-\frac{1}{2}m\cdot 0^2&=\int_{\ell}^{y}\{k(\ell-y)-mg\}\,dy\\&=-\frac{1}{2}k(\ell-y)^2+mg(\ell-y)\,,\qquad \therefore\ y=\ell-\frac{2mg}{k}\,.\end{aligned}$$

また，このとき物体 B の受ける垂直抗力の大きさは，B のつりあいより，

$$N=k(\ell-y)+mg=3mg\,.$$

(3) 物体 A の運動方程式は以下のようになり，

$$\begin{aligned}m\ddot{y}&=k(\ell-y)-mg\\\ddot{y}&=-\frac{k}{m}\left\{y-\left(\ell-\frac{mg}{k}\right)\right\}\end{aligned}$$

角振動数は $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ である．よって，単振動の周期 T は，

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\,.$$

(4) 初期条件 $y(0)=\ell$，$\dot{y}(0)=0$ より，

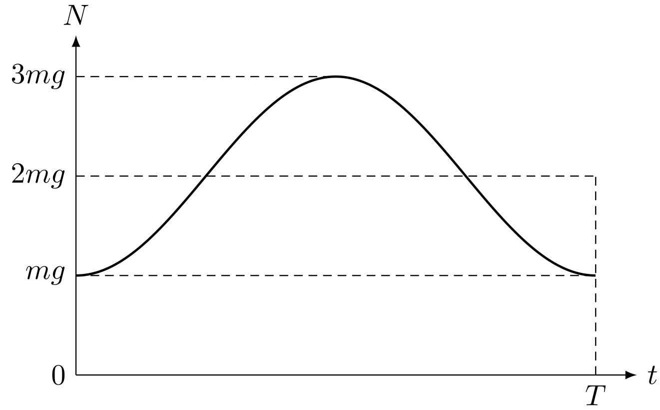
$$y=\ell-\frac{mg}{k}\left\{1-\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)\right\}$$

ゆえ，B のつりあいより，

$$N=k(y-\ell)+mg=mg\left\{2-\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)\right\}\,.$$

これを図示すれば以下のようになる．

[*1] 時間追跡で解いてもよい．時間追跡の結果は (4) にある．



〔C〕(1)　物体 B（または A），および重力場からなる系の力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg\cdot 0 = \frac{1}{2}m\cdot 0^2 + mgh\,, \qquad \therefore v = \sqrt{2gh}\,.$$

(2)　ばねの縮みを s として，物体 A のエネルギー収支の式より[*2*3]，

$$\frac{1}{2}m\cdot 0^2 - \frac{1}{2}m\cdot(2gh)^2 = \int_{\ell}^{\ell-s}\{k(\ell-y)-mg\}\,dy$$

$$= -\frac{1}{2}ks^2 + mgs\,, \qquad \therefore \ell - s = \ell - \frac{mg}{k}\left(1+\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right).$$

また，このとき物体 B の受ける垂直抗力の大きさは，B のつりあいより，

$$N = ks + mg = mg\left(2+\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right).$$

(3)　垂直抗力の大きさの最小値が正であればよいので[*4*5]，

$$N = k\frac{mg}{k}\left(1-\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right) + mg > 0\,, \qquad \therefore h > \frac{3}{2}\frac{mg}{k}\,.$$

---

*2 $s > 0$ の解を選らぶ.

*3 時間追跡してもよい.

*4 前問の $s < 0$ の解を用いる.

*5 時間追跡の結果を用いてもよい.

II. 波動（光の干渉）

(1)　各点からの経路は，三平方の定理より，

$$\overline{\mathrm{S_1P}} = \underbrace{\sqrt{\ell^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}}_{\text{ア}} \,, \quad \overline{\mathrm{S_2P}} = \underbrace{\sqrt{\ell^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2}}_{\text{イ}} \,.$$

よって，経路差は，

$$\begin{aligned}
\overline{\mathrm{S_2P}} - \overline{\mathrm{S_1P}} &= \sqrt{\ell^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{\ell^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \\
&= \ell \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{x + d/2}{\ell}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{xd/2}{\ell}\right)^2} \right\} \\
&\fallingdotseq \underbrace{\frac{xd}{\ell}}_{\text{ウ}} \,.
\end{aligned}$$

(2)　整数を m とし，明線条件を考えて，

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x_m d}{\ell} = 2m\pi \,, \qquad \Delta x = x_{m+1} - x_m = \underline{\frac{\ell\lambda}{d}} \,.$$

(3)　(2) より，与えられた数値を代入して，

$$\Delta x = \frac{1.5\,\mathrm{m} \times 4.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}}{3.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}} = \underline{2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}} \,.$$

(4)　(2) より，与えられた数値を代入して，

$$2.0 \times 10^{-3} = \frac{\ell \times 6.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}}{3.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}} \,, \qquad \therefore \ell = \underline{1.0\,\mathrm{m}} \,.$$

(5)　(2) より，λ が大きいほど干渉縞の間隔も広くなる．したがって，1 次の明線は内側ほど青く外側へ行くほど赤い線が観測される．

(6)　$\mathrm{S_1P}$，$\mathrm{S_2P}$ での明線条件を満たしたまま左側を調整すればよい．すなわち，$\mathrm{S_3S_1}$，$\mathrm{S_3S_2}$ の光の位相差が明線条件を満たすように取ればよい．経路差は，

$$\begin{aligned}
\overline{\mathrm{S_3S_2}} - \overline{\mathrm{S_3S_1}} &= \sqrt{y^2 + d^2} - y \\
&= y \left[\left\{ 1 + \left(\frac{d}{y}\right)^2 \right\} - 1 \right] \\
&\fallingdotseq \frac{d^2}{2y}
\end{aligned}$$

より，明線条件を考えて，

$$\begin{aligned}
\therefore \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d^2}{2y} &= 2\pi m \\
y &= \frac{d^2}{2m\lambda} \\
\therefore \min\{y\} = \frac{d^2}{2\lambda} &= \frac{(3.0\times 10^{-4}\,\mathrm{m})^2}{2\times 6.0\times 10^{-7}\,\mathrm{m}} = \underline{7.5\times 10^{-2}\,\mathrm{m}}\,.
\end{aligned}$$

III. 電磁気（電気回路）

〔A〕(1)　与えられた数値より，

$$Q - Q_0 = 0.1\,\mu\mathrm{F} \times 10\,\mathrm{V} - 0.05\,\mu\mathrm{F} \times 10\,\mathrm{V} = \underline{-0.5\,\mu\mathrm{C}}\,,$$

$$U - U_0 = \frac{(1\,\mu\mathrm{C})^2}{2 \times 0.1\,\mu\mathrm{C}} - \frac{(0.5\,\mu\mathrm{C})^2}{2 \times 0.05\,\mu\mathrm{C}} = \underline{-2.5\,\mu\mathrm{J}}\,.$$

(2)　$Q_0 = 1\,\mu\mathrm{C}$ で一定より，

$$V - V_0 = \frac{1\,\mu\mathrm{C}}{0.05\,\mu\mathrm{F}} - \frac{1\,\mu\mathrm{C}}{0.1\,\mu\mathrm{F}} = \underline{10\,\mathrm{V}}\,.E - E_0 \qquad = \frac{Q_0}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_0}{2\varepsilon_0 S} = \underline{0\,\mathrm{V/m}}\,.$$

〔B〕　$V = 1\,\mathrm{V}$，$R = 10\,\Omega$，$C = 1\,\mu\mathrm{F}$，コンデンサ 1，2 の上側，およびコンデンサ 3 の左側の極板に帯電する電気量をそれぞれ x，y，z とおく．

(1)　十分時間経過後ゆえ，コンデンサ側に流れ込む電流は 0 であり，抵抗側を流れる電流を図の下向きに I とする．キルヒホッフ則，および電荷保存則より，

$$\begin{cases} 7V - 3RI = 0\,, \\ 7V - \dfrac{x}{C} - \dfrac{y}{3C} = 0\,, \\ -x + y = 0\,, \end{cases}$$

$$\therefore I = \frac{7V}{3R} = \frac{7}{30}\,\mathrm{A} \fallingdotseq \underline{0.23\,\mathrm{A}}\,, \quad x = y = \frac{21}{4}CV = \frac{21}{4}\,\mu\mathrm{C} \fallingdotseq \underline{5.25\,\mu\mathrm{C}}\,.$$

(2)　抵抗側を流れる電流を図の下向きに I とする．キルヒホッフ則より，

$$\begin{cases} 7V - 3RI = 0\,, \\ 7V - \dfrac{x}{C} - \dfrac{y}{3C} = 0\,, \\ \dfrac{x}{C} - RI = 0\,, \end{cases}$$

$$\therefore I = \frac{7}{30}\,\mathrm{A}\,, \quad x = \frac{7}{3}CV \fallingdotseq \underline{2.33\,\mu\mathrm{C}}\,, \quad y = \underline{14\,\mu\mathrm{C}}\,.$$

(3)　抵抗 1，および抵抗 2 を流れる電流を図の下向きにそれぞれ I，i とする．キルヒホッフ則より，

$$\begin{cases} 7V - RI - 2Ri = 0\,, \\ 6V - RI - 3R(I - i) = 0\,, \\ 7V - \dfrac{x}{C} - \dfrac{y}{3C} = 0\,, \\ \dfrac{x}{C} - RI = 0\,, \end{cases}$$

$$\therefore I - i = \frac{3V}{R} - \frac{2V}{R} = \underline{0.10\,\mathrm{A}}\,, \quad x = \underline{3\,\mu\mathrm{C}}\,, \quad y = \underline{12\,\mu\mathrm{C}}\,.$$

(4)　抵抗 1，および抵抗 2 を流れる電流を図の下向きにそれぞれ I，i とする．キルヒホッフ則より，

$$\begin{cases} 6V - RI - 3R(I-i) = 0\,, \\ V + 3R(I-i) - 2Ri = 0\,, \\ RI - \dfrac{x}{C} - \dfrac{z}{2C} = 0\,, \\ 2Ri + \dfrac{z}{2C} - \dfrac{y}{3C} = 0\,, \\ -x + y + z = 0\,, \end{cases}$$

$$\therefore I = 0.30\,\mathrm{A}\,,\quad i = 0.20\,\mathrm{A}\,,\quad x = \underline{4.5\,\mu\mathrm{C}}\,,\quad y = \underline{7.5\,\mu\mathrm{C}}\,,\quad |z| = \underline{3\,\mu\mathrm{C}}\,,$$