〔1〕 図 1 のように，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとった平面内における質量 M の物体 A と質量 m の物体 B の運動を考える．物体 A は，x 軸に平行に固定された棒に沿って滑らかに動くことができる．また，物体 A と物体 B は伸び縮みしない長さ ℓ で質量の無視できる糸でつながれている．糸と鉛直方向とのなす角度 θ〔rad〕を，図 1 に示すように定義する．物体 A と棒の間の摩擦力は無視でき，また，物体 A および物体 B は質点とみなしてよい．重力加速度の大きさを g とする．

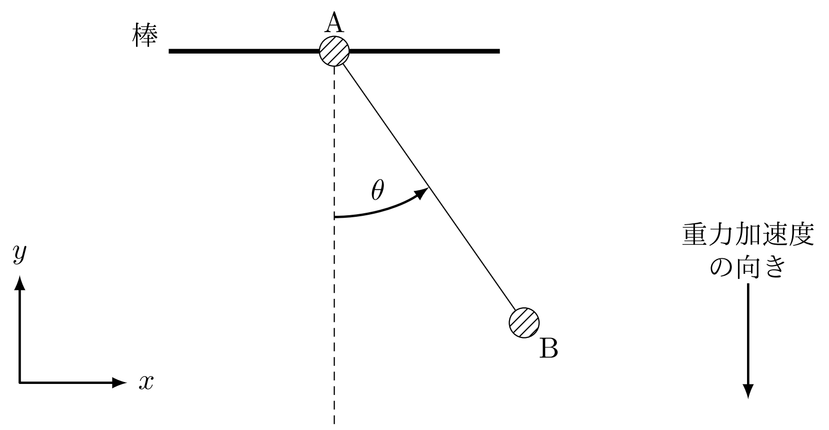

図 1

I. まず，物体 A を棒の一点に動かないように固定する．糸が弛まないように物体 B を持ち上げ，静かに離すと物体 B は振動をはじめた．このとき，以下の問に答えよ．

問 1　以下の文中の空欄に入れるべき数式を解答欄に記せ．

糸の角度が θ のとき，糸の張力の大きさを S，物体 B の加速度の x 成分および y 成分を，それぞれ，a_x および a_y とするとき，物体 B の運動方程式は，$ma_x = \boxed{\text{(a)}}$ および $ma_y = \boxed{\text{(b)}}$ と表される．

問 2　$|\theta|$ が十分に小さいとき，物体 B は水平方向にのみ運動すると考えてよい．このとき，問 1 で求めた運動方程式において，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$ と近似し，振動の周期 T を求めよ．

II. 次に，物体 A を棒に沿って動かす．ただし，物体 A の加速度の x 成分が，図 2 に示すように，$\dfrac{T}{2}$ ごとに $\pm\alpha\,(\alpha > 0)$ で符号が変わるように物体 A を加速減速させながら動かす．ここで，T は問 2 で求めた周期である．また，時刻 $t = 0$ で糸は鉛直で，物体はいずれも静止しており，このときの物体の位置の x 座標を 0 とする．なお，物体 B の振動の振幅は十分小さく，$|\theta|$ は十分に小さいとしてよい．このとき，以下の問に答えよ．

問 3　時刻 $t = nT$（n は自然数）における物体 A の x 座標 x_n を求めよ．

問 4　時刻 t が $0 < t < \dfrac{T}{2}$ の間の運動を考える（図 3）．このとき，以下の文中の空欄に入れるべき数式を解答欄に記せ．

物体 A とともに動く非慣性系で物体 B に作用する慣性力の水平成分は，右向きを正として $\boxed{\text{(c)}}$ であるので，この非慣性系で，物体 B は初期位置から水平方向に右向きを正として，$\boxed{\text{(d)}}$ だけずれた位置を中心として，周期が T の単振動を半周期だけする．したがって，時刻 $t = \dfrac{T}{2}$ で，糸の角度 θ は $\boxed{\text{(e)}}$ となり，この非慣性系で物体 B は静止する．ただし，角度 θ は図 1 のように定義する．

問 5　時刻 $t = nT$（n は自然数）における糸の角度 θ_n を求めよ．

問 6　物体 A が図 2 に示す加速度の x 成分をもつためには，物体 A に重力，糸からの張力，棒からの抗力以外に，外力を作用させる必要がある．$t = \dfrac{T}{6}$ におけるこの外力の x 成分を求めよ．

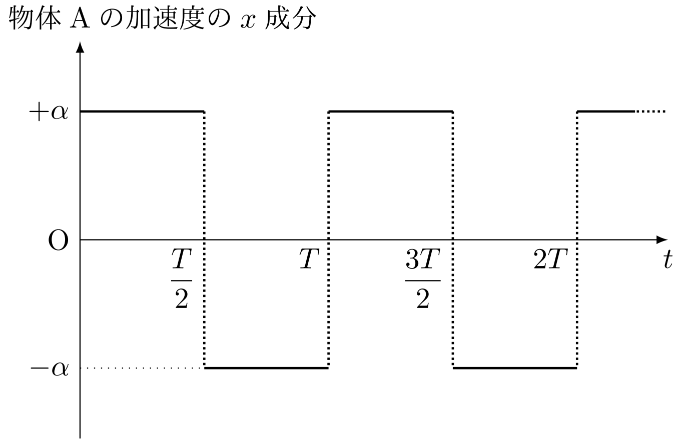

図 2

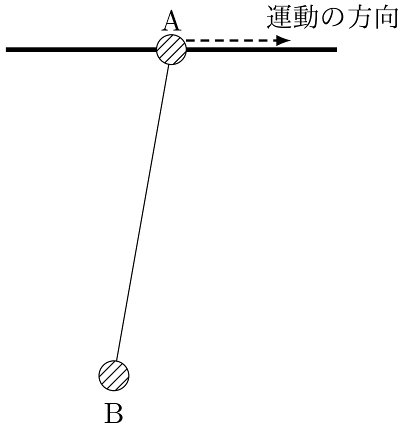

図 3

III. 次に，物体 A を水平な棒に沿って自由に動けるようにする．糸が鉛直で，物体 A が静止している状態で，物体 B に x 軸の正の向きに大きさ v_0 の初速度を与えたところ，糸はたるまずに，また，糸の角度 θ が $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ のある範囲で，物体 B は振動した．図 4 には，ある時刻における，物体 A および物体 B の運動の様子を点線で示す．ただし，$|\theta|$ は微小とは限らない．このとき，以下の問に答えよ．

問 7　物体 B が最高点に達したときの，物体 A の速さを求めよ．

問 8　物体 B の最高点の高さを，物体 B の初期位置を基準として求めよ．

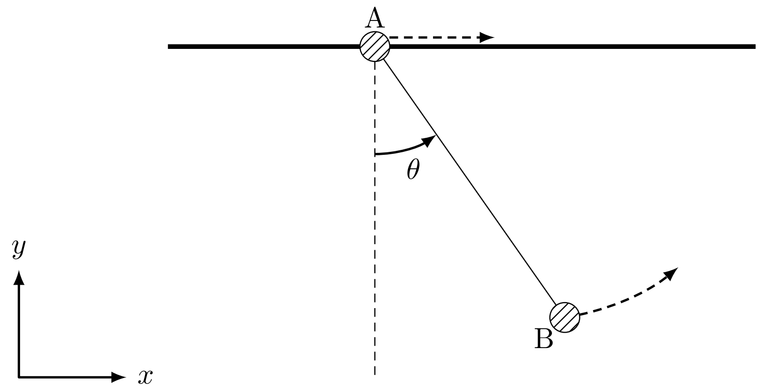

図 4

〔２〕 図 1 のような回路をブリッジ回路という．いくつかのブリッジ回路に関する問題を考える．ただし，導線の電気抵抗と電源の内部抵抗は，共に無視できるほど小さいものとする．

I. 図 1 の回路において，抵抗 1，2，3，4 の抵抗値が，それぞれ R_1〔Ω〕，R_2〔Ω〕，R_3〔Ω〕，R_4〔Ω〕であるとする．検流計 G に電流は流れていないものとする．直流電源の大きさを E〔V〕とする．このとき，以下の問に答えよ．

問 1　抵抗 1 に加わる電圧の大きさ V_1〔V〕と，抵抗 2 に加わる電圧の大きさ V_2〔V〕の比 $\dfrac{V_2}{V_1}$ を，E，R_1，R_2，R_3 のうち，必要なものを用いて表せ．

問 2　R_4〔Ω〕を，R_1，R_2，R_3 を用いて表せ．

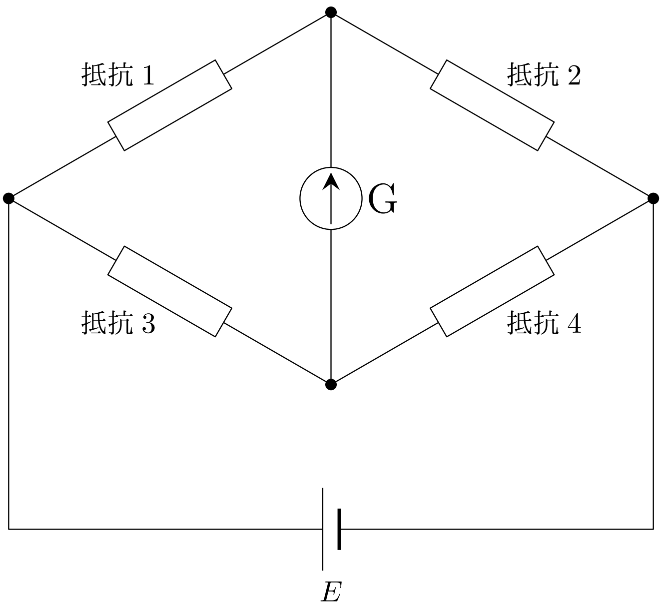

図 1

II. 単一の抵抗に加わる電圧と流れる電流との間の関係を，電流−電圧特性という．電流−電圧特性が直線で表せない抵抗のことを非直線抵抗という．図 1 の回路が非直線抵抗を含む場合について考える．

図 1 の回路において，抵抗 1 は非直線抵抗 X，抵抗 2，3 はそれぞれ抵抗値が R_2〔Ω〕，R_3〔Ω〕の抵抗，抵抗 4 は非直線抵抗 Y であるとする．非直線抵抗 X および非直線抵抗 Y の電流−電圧特性は未知であるとする．検流計 G に電流は流れていないものとする．直流電源の電圧の大きさを E〔V〕とする．このとき，以下の問に答えよ．

問 3　抵抗 1 に加わる電圧の大きさを V_{X}〔V〕，抵抗 1 を流れる電流の大きさを I_{X}〔A〕とする．抵抗 2 にオームの法則を適用することによって，I_{X}〔A〕を V_{X}，E，R_2 を用いて表せ．

問 4　$E = 4.0\,\mathrm{V}$，$R_2 = 1.0\,\Omega$，$R_3 = 2.0\,\Omega$ とする．このとき，以下の (a)，(b) の 2 つの場合について，それぞれ答えよ．

(a)　非直線抵抗 X として，図 2 の（あ）に示される電流−電圧特性を持つ非直線抵抗を用いた場合を考える．このとき，V_{X}〔V〕，および，抵抗 4 に加わる電圧の大きさ V_{Y}〔V〕を，それぞれ有効数字 2 桁で求めよ．

(b)　非直線抵抗 X と非直線抵抗 Y として，図 2 の（あ），（い），（う），（え）に示される電流−電圧特性を持つ非直線抵抗のいずれかを，それぞれ用いた場合を考える．非直線抵抗 X と非直線抵抗 Y の電流−電圧特性として，最も適した組み合わせを答えよ．解答においては，それぞれを（あ），（い），（う），（え）の一つずつから選ぶこと（例：「X：（い），Y：（あ）」）．なお，「X：（い），Y：（い）」のように，X と Y について同じ選択肢を選んでもよい．

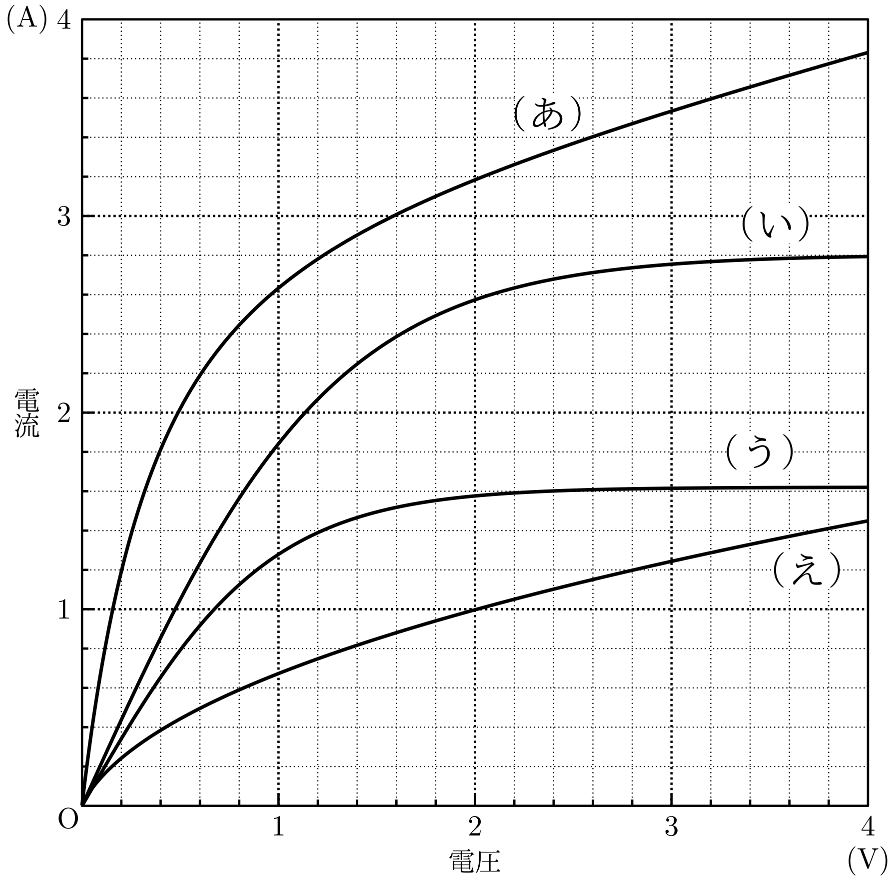

図 2

III. さらに，図 3 の回路について考える．交流電源の電圧は，最大値が E_0〔V〕，角周波数が ω〔rad/s〕であり，点ウを基準とした点アの電位は，時刻 t〔s〕において $E_0 \cos(\omega t)$ となる．抵抗 5，6 の抵抗値を R〔Ω〕，コンデンサの電気容量を C〔F〕，コイルの自己インダクタンスを L〔H〕とする．交流電流計は，交流電流の大きさを測定できる装置である．測定の結果，あらゆる時刻において常に，点イと点エの間には電流が流れていないことがわかった．このとき，以下の問に答えよ．なお，図 3 における矢印の向きを連流の正の向きとする．また，実数 α，β，γ，θ に対して成り立つ，以下の公式を，必要に応じて用いてよい．

$$\alpha \cos\theta + \beta \sin\theta = \sqrt{\alpha^2+\beta^2}\,\cos(\theta+\gamma)\ \left(\cos\gamma = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\,,\ \sin\gamma = -\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\right)$$

問 5　抵抗 5 を流れる電流を，その最大値 I_5〔A〕と，交流電源の電圧との位相差 ϕ を用いて，$I_5 \cos(\omega t - \phi)$ と表す．このとき，以下の文中の空欄 (a)～(d) に入るべき数式を解答欄に記入せよ．ただし，(a)，(b) については I_5，ω，R，L のうち必要なものを用いて表し，(c)，(d) については E_0，ω，R，L のうち必要なものを用いて表せ．

> 点ウを基準とした点イの電位は $\boxed{\text{(a)}}\cos(\omega t - \phi)$ と表され，点イを基準とした点アの電位は $\boxed{\text{(b)}}\sin(\omega t - \phi)$ と表される．これらの和が，交流電源の電圧 $E_0 \cos(\omega t)$ と等しい．よって，$I_5 = \boxed{\text{(c)}}$〔A〕，$\tan\phi = \boxed{\text{(d)}}$ であることがわかる．

問 6　コンデンサを流れる電流は $I_\mathrm{C} \sin(\omega t - \phi)$ と表せる．I_C〔A〕を，I_5，ω，R，C のうち必要なものを用いて表せ．

問 7　C〔F〕を，ω，R，L のうち必要なものを用いて表せ．

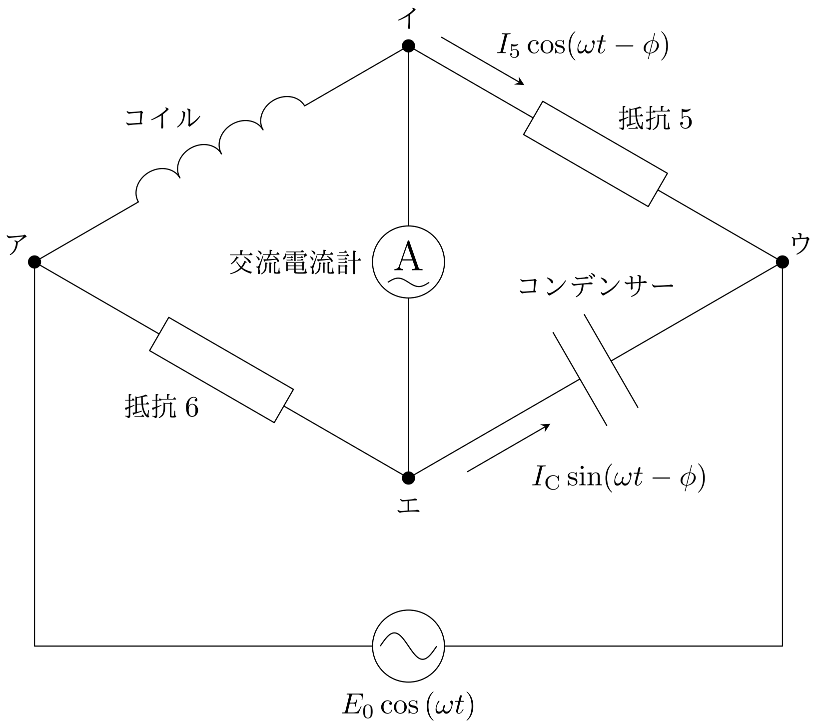
イ
$I_5\cos(\omega t-\phi)$
コイル
抵抗 5
ア
交流電流計
A
ウ
コンデンサー
抵抗 6
$I_{\mathrm{C}}\sin(\omega t-\phi)$
エ
$E_0\cos(\omega t)$

図 3

〔３〕 以下の **A** と **B** の両方の問題に解答せよ．なお **A** と **B** は独立した内容の問題である．

A. 図 1 のような固定されたシリンダー内に，なめらかに動く 2 つのピストンがある．ピストンで仕切られたシリンダー内の各領域を，左から部屋 A，部屋 B，部屋 C とよぶ．部屋 A と部屋 B をピストン 1，部屋 B と部屋 C をピストン 2 が仕切る．部屋 A と部屋 C の中にあるヒーター $\mathrm{H_A}$ とヒーター $\mathrm{H_C}$ を用いて，それぞれの部屋の内部にある気体を加熱することができる．シリンダー，ピストン，ヒーターをあわせて装置とよぶことにする．装置の熱容量は無視できる．

この装置のピストンを，外部から動かしたり固定したりすることができる．ピストンがヒーターにぶつからない範囲で動く場合について考える．各部屋にはそれぞれ 1 モルずつ，同一の理想気体が入っている．この理想気体の定積モル比熱を C_V，定圧モル比熱を C_p とする．気体定数を R とする．

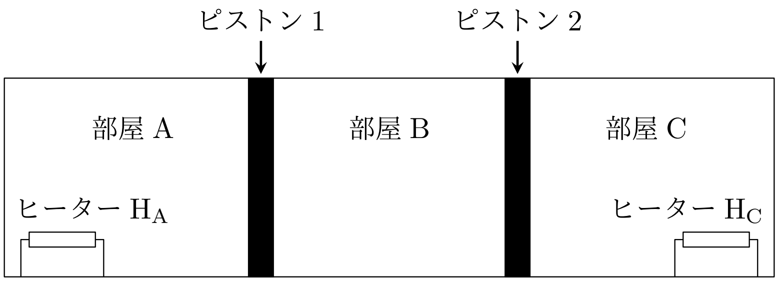

図 1

I. この装置を絶対温度 T_0 の環境において，順番に以下の操作をする．はじめ，部屋 A，B，C の気体の体積はいずれも V_0 であった．装置は外部に熱を通すものとする．以下の問に答えよ．

図 2 に，絶対温度 T が一定である 1 モルの理想気体の圧力と体積の関係を示す．解答にあたっては，図 2 の斜線部の面積が $RT\log\dfrac{V_2}{V_1}$ であることを用いてよい．ここでの $\log x$ は，$\log_e x$ である．$e\,(=2.71828\cdots)$ は無理数であり，e を底とする対数を自然対数という．

問 1　まず，ピストン 2 を固定した状態でピストン 1 を十分にゆっくりと右に動かし，部屋 A の気体の体積が $\dfrac{4}{3}V_0$ となったところでピストン 1 を固定した．このときの，部屋 B の気体の圧力 p_{B} を，R，T_0，V_0 を用いて表せ．

問 2　問 1 の操作によってピストン 1 が部屋 B の気体にした仕事 W_{B} を，R，T_0，V_0 のうち必要なものを用いて表せ．

問 3　問 1 で最後にピストン 1 を固定した状態からピストン 2 を十分にゆっくりと左に動かし，部屋 C の気体の体積が $\dfrac{4}{3}V_0$ となったところでピストン 2 を固定した．問 1 の操作を始める前か

らここにいたるまでの変化について，以下の量を求めよ．必要であれば，R，C_V，T_0，V_0 を用いてよい．

(a) 3 つの部屋内にある気体の内部エネルギーの増加量の総和 ΔU

(b) 装置から外部に放出された熱の総量 Q

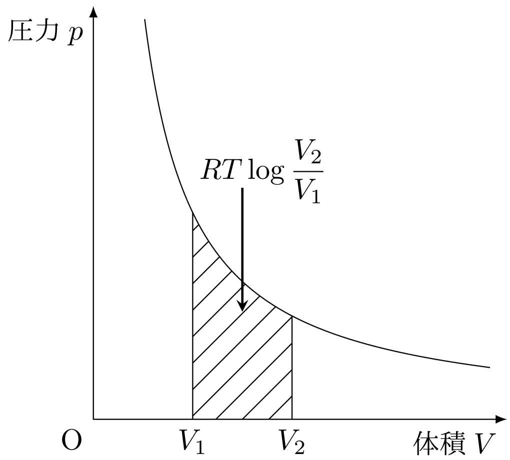

図 2

II. ふたたび，各部屋の気体の体積が V_0，絶対温度が T_0 である状態から操作を始める．これ以降は装置を断熱材で覆い，シリンダーの外壁を通した外部との熱のやりとりが起きないものとする．2 つのピストンは固定されていない．ピストンは熱を通さない素材でできており，部屋の間での熱のやりとりはないものとする．このときの装置と気体の状態を状態（あ）とする．

まず，ヒーター $\mathrm{H_A}$ を用いて部屋 A の気体をゆっくりと加熱したところ，2 つのピストンがゆっくりと動き始めた．加熱をやめてから十分に時間が経ち，2 つのピストンが静止したときの装置と気体の状態を，状態（い）とする．さらに，ヒーター $\mathrm{H_C}$ を用いて部屋 C の気体をゆっくりと加熱したところ，2 つのピストンがゆっくりと動き始めた．加熱をやめてから十分に時間が経ち，2 つのピストンが静止したときの装置と気体の状態を，状態（う）とする．状態（う）において，部屋 A，B，C の気体の体積比は $4:1:4$ になっていた．以下の問に答えよ．

解答にあたっては，p を理想気体の圧力，V を理想気体の体積とすると，断熱過程において pV^γ が一定に保たれることを用いてよい．ただし，$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ である．

問 4　状態（う）における部屋 B の気体の絶対温度 T_B を，γ，T_0 のうち必要なものを用いて表せ．

問 5　ヒーター $\mathrm{H_A}$ が部屋 A の気体に与えた熱を Q_1，ヒーター $\mathrm{H_C}$ が部屋 C の気体に与えた熱を Q_2 とする．$Q_1 + Q_2$ を γ，C_V，T_0 を用いて表せ．

問 6　状態（い）における部屋 A, B, C の気体の体積を, それぞれ $V_\mathrm{A}, V_\mathrm{B}, V_\mathrm{C}$ とする．$V_\mathrm{A} : V_\mathrm{B} : V_\mathrm{C}$ を，最も簡単な整数の比で表せ．

B. X 線は可視光や紫外線よりも波長の短い光であり，加速した電子を物質の表面に照射すると発生する．

I. 図 1 のような装置を使用して，X 線を発生させる場合について考えるたあし，フィラメントの電源の電圧 V_0 は，高圧電源の電圧 V に対して十分に小さい．

陰極・陽極間に高電圧 V を加えると X 線が発生し，発生する X 線の波長とその強度の関係（X 線波長スペクトル）は，図 2 のようになる．連続 X 線と，特定の波長に強い強度をもつ固有 X 線（特性 X 線）が発生することがわかる．電子の質量を m，電子の電荷を $-e$，プランク定数を h，光の速さを c として，以下の問に答えよ．

問 7　図 2 に示されている点 P の波長（最短波長）λ_0 を h，c，m，e および V のうち必要なものを用いて表せ．

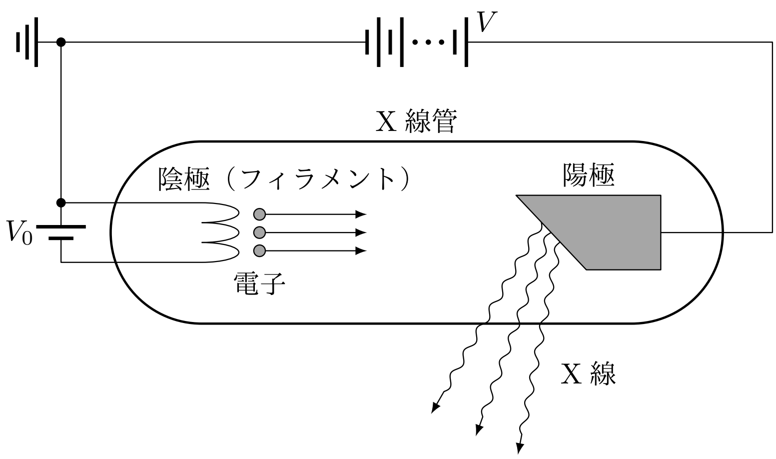

図 1

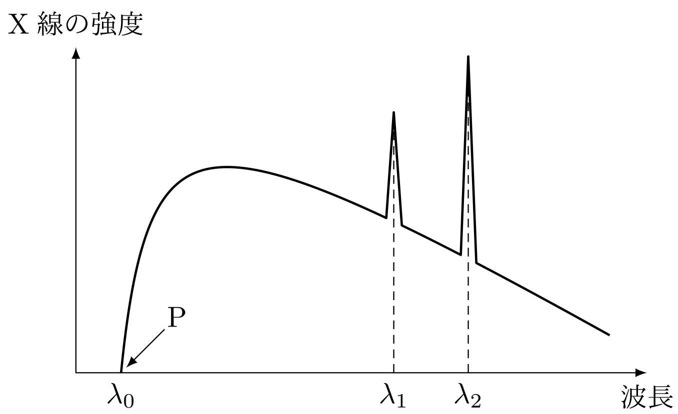

図 2

II. 図 3 のような原子モデルを使って，原子番号が $Z\,(10 < Z \leq 18)$ の原子が放出する固有 X 線を考える．中心に電荷 $+Ze$ をもつ原子核があり，そのまわりを電子が等速円運動している．

軌道上の電子は，次の量子条件に従う．

量子条件 原子内の電子は，円軌道の周の長さが物質波の波長の n 倍（n は正の整数）であるときに，定常状態として安定に存在できる．

円軌道上の電子は，図 3A のように，定まった個数（$n=1$ の軌道には 2 個，$n=2$ の軌道には 8 個，$\cdots$）だけ低いエネルギー準位から状態を占めていく．同一（n 番目）の軌道にある電子は，同じエネルギー準位 E_n をもつとする（$E_n < 0$）．円軌道内にある電子には，原子核との間にクーロン力がはたらき，他の電子から力は受けないとする．ただし，$n \geq 2$ の軌道にある電子からは，より内側の軌道にある電子の数の分だけ，原子核の電荷を打ち消すように見えるため，クーロン力は補正を受ける（例えば，図 3A の $n=2$ の軌道にある電子からは，原子核の電荷が $+(Z-2)e$ に見える）．

固有 X 線は，次の振動数条件にしたがって放出される．

振動数条件 図 3B のように，加速された電子が原子内の電子を弾き飛ばしたとき，図 3C のように，外側の軌道の電子がより内側の軌道に移って，エネルギー準位差に対応する振動数の X 線が放出される．

軌道上の電子の速さは，光の速さ c より十分に遅いとして，以下の問に答えよ．

問 7　図 3A の $n=3$ の軌道の半径を r_3 としたとき，クーロン力と遠心力のつり合いの関係から，r_3 を，h，m，e，Z，真空中のクーロンの法則の比例定数 k_0 を用いて表せ．

問 8　図 3A のエネルギー準位 E_2，E_3 を，水素原子（$Z=1$）の基底状態の電子のエネルギー準位 E_{H} と Z のみを使ってそれぞれ表せ．ただし，クーロン力による位置エネルギーは無限遠をゼロ（基準）とする．

問 9　図 2 に示されている固有 X 線の 2 つのピークは，図 3C のように，電子が $n=2$ から $n=1$ と，$n=3$ から $n=1$ の軌道へ移るときに放出される X 線に対応する．固有 X 線が放出される直前には，$n=1$ の軌道にある電子の数は 1 個であることに注意して，固有 X 線の波長 λ_2 を，E_{H}，Z，h，c を用いて表せ．

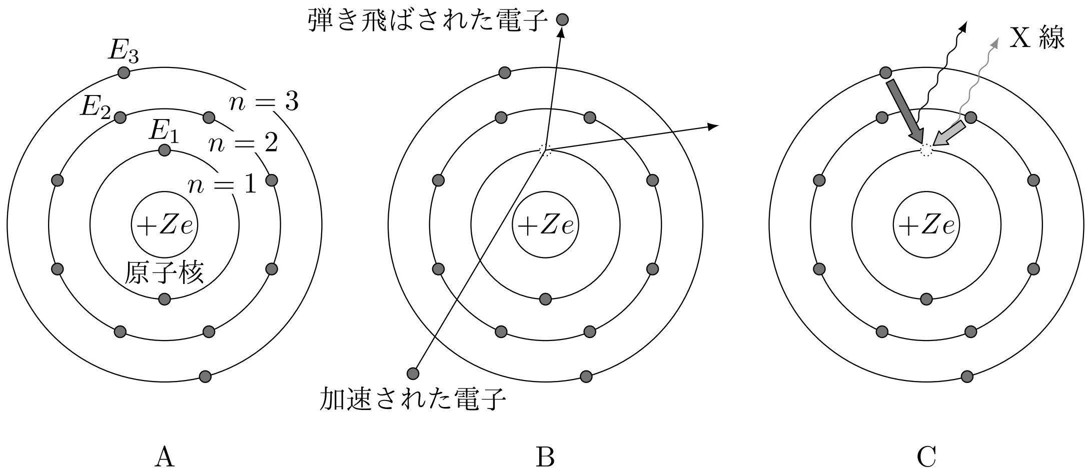

図 3