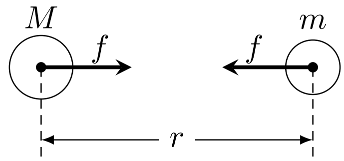
10/25（金）自習用のプリント（空いているスペースで計算を）

■はじめに

右図のように，質量 M，m の 2 つの質点が間隔 r の距離にあるとき，はたらく力の大きさ f と空間に生じる位置エネルギー U はそれぞれ，



$$
\begin{cases}
f = \\
\\
U =
\end{cases}
$$

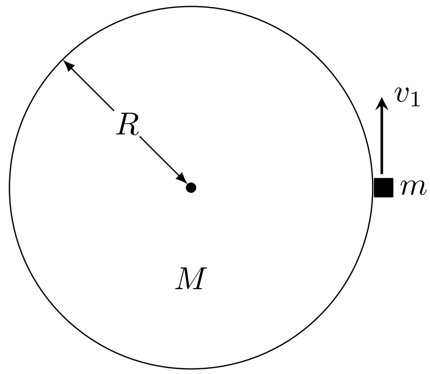
■重力加速度の大きさ $\boldsymbol{g}$ と万有引力定数 $\boldsymbol{G}$

地球（質量 M，半径 R の球）の表面上にある物体（質量 m）の受ける重力を考える．地表付近で受ける物体の重力は，重力加速度の大きさ g を用いて $\boxed{\text{ア}}$ である．一方，上の公式を用いれば，質量 M の物体の中心から距離 R の地点にあるので，この物体が受ける万有引力（重力）は $\boxed{\text{イ}}$ である．これら両者は等しいので，$g = \boxed{\text{ウ}}$ となる．

ア：　　　　　イ：　　　　　ウ：

所属クラス・番号　　　　　　氏名

■人工衛星の運動



地球（質量 M，半径 R の球) の周囲すれすれを周回する人工衛星（質量 m）について考えよう．万有引力定数を G とする．人工衛星の速さを v_1 とすると，人工衛星は等速円運動を行うことから運動方程式（中心成分）を解くことで $v_1 =$ ア と求めることができる．この人工衛星が地球を 1 周するのに要する時間 T は，速さ v_1 で $2\pi R$ 進む時間を求めればいいから，$T =$ イ と求まる．

v_1 を，G ではなく重力加速度の大きさ g を用いて表すと，g，R のみを含んで，$v_1 =$ ウ となる．v_1 は第 1 宇宙速度と呼ばれ，$g \fallingdotseq 9.8\,\mathrm{m/s}$，$R \fallingdotseq 6.4 \times 10^6\,\mathrm{m}$，$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.4$ とすれば，$v_1 \fallingdotseq$ エ となる（フルマラソンを 5 秒ほどで走りきる速さ）．人工衛星は空を飛んでいても重力によって円軌道に束縛されている（宇宙は無重力ではない）．

ア：　　　　イ：　　　　ウ：　　　　エ：

■地球の重力を振り切る

地球（質量 M，半径 R の球) の表面から物体を飛ばす．物体の初速度を v_0，万有引力定数を G とする．物体は地表から高さ h の地点で折り返し戻ってきた．この高さ h は力学的エネルギー保存則を立て，少し計算をすることで $h = \boxed{\text{ア}}$ と求まる．

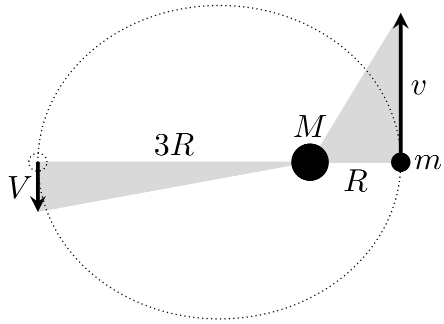
続いて，地球の重力が届かない無限遠に飛ばすことを考える．まず，無限遠にあると仮定する．無限遠における万有引力（重力）の位置エネルギー U_∞ は $U_\infty = \boxed{\text{イ}}$ であるから，無限遠における物体の運動エネルギー K_∞ は，力学的エネルギー保存則より $K_\infty = \boxed{\text{ウ}}$ となり，これが正の値を取れば無限遠に到達し地球へ帰ってくることはない．よって，物体が無限遠に到達するような v_0 の条件は $v_0 > \boxed{\text{エ}}$ である．

ア：　　　　イ：　　　　ウ：　　　　エ：

所属クラス・番号　　　　　　氏名

■楕円軌道

ある恒星（質量 M）を 1 つの焦点とした楕円軌道上を運動している彗星（質量 m）について考える．楕円軌道上の点のうち，恒星から最も近い点（点 A と呼ぶ）と恒星との距離は R，恒星から最も近い点（点 B と呼ぶ）と恒星との距離は $3R$ である．万有引力定数を G とし，恒星は静止していると見做せるとする．点 A での彗星の速さを v，点 B での彗星の速さを V とすると，この 2 点の間の面積速度保存則は $\boxed{\text{ア}}$，力学的エネルギー保存則は $\boxed{\text{イ}}$ である．この 2 式より v，V を求めれば $v = \boxed{\text{ウ}}$，$V = \boxed{\text{エ}}$ となる．



ア：　　　　　　　　　　イ：

ウ：　　　　　　　　　　エ：