問題編

3. 図のように，質量 m の物体が，表面のあらい水平な台の上に置いており，水平伸びた 2 本の糸につながれている．それぞれの糸には，なめらかに回る軽い滑車の先に質量 M の物体と質量 M' の物体がつり下げられている．ただし，$M > M'$ とする．各物体と糸は静止している．物体にはたらく空気抵抗と糸の質量を無視できるものとし，重力加速度の大きさを g，物体と台との静止摩擦係数を μ として，次の問いに答えよ．

(1) 質量 m の物体にはたらく摩擦力の大きさを F として，この物体の水平方向のつりあいの式を書け．

(2) 各物体と糸が静止しているために必要な，以下の条件式の空欄を埋めよ．

$$\mu \geqq \boxed{}$$

質量 m の物体と質量 M' の物体の間の糸を切り離すと，質量 m の物体と質量 M の物体は，ともに加速度の大きさ a で運動をはじめた．このときの，質量 m の物体と台との動摩擦係数を μ' とし，糸の張力の大きさを T とする．質量 m の物体が台の上にあるとして，以下の問いに答えよ．

(3) 質量 M の物体の鉛直方向の運動方程式を書け．

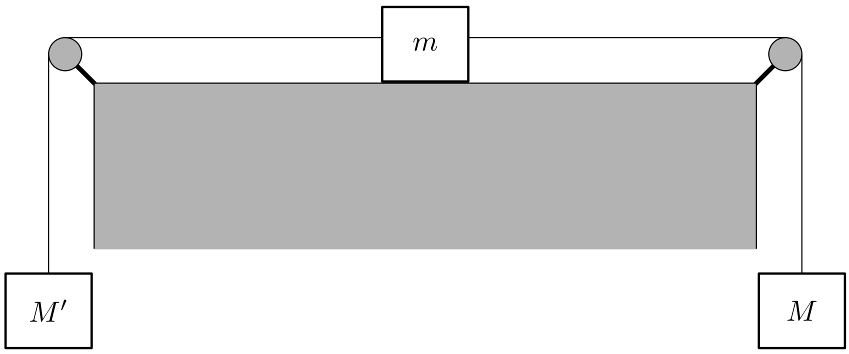
(4) 質量 m の物体の水平方向の運動方程式を書け．

(5) 加速度の大きさ a を m，M，g，μ' で表せ．

(6) 質量 m の物体が，動き始めてから時間 t が経過するまでに動いた距離を m，M，g，μ'，t で表せ．

(7) 質量 m の物体と質量 M の物体の力学的エネルギーの総和の，動き始めてから時間 t が経過するまでの変化量を, m，M，g，μ'，t を用いて表せ．

〔2024 年佐賀大学，重問 29 対応〕



m
M'
M

4. 図のように，なめらかで水平な床の上に質量 M の直方体の物体 C が置かれている．C の上には質量 m_{A} の物体 A があり，A から軽い糸を水平に張って滑車を通し，その糸の先端に質量 m_{B} の物体 B を取りつけ，鉛直につり下げる．B の側面は C と接しており，A と C，B と C の間には摩擦力ははたらかないものとする．重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ．

〔A〕 A，B，C を静止させるために，A には水平方向左向きに，C には水平方向右向きに手で押して力を加える．

(1) A を押す力の大きさはいくらか．

(2) C を押す力はいくらか．

〔B〕 C が動かないように手で水平方向右向きに力を加え，A から静かに手をはなすと，A と B は運動を始めた．

(3) 糸の張力の大きさを T，B の落下の加速度の大きさを a として，A の水平方向の運動方程式を書け．

(4) B の鉛直方向の運動方程式を書け．

(5) a を m_{A}，m_{B}，g を用いて表せ．

(6) T を m_{A}，m_{B}，g を用いて表せ．

(7) A と B が運動しているとき，手が C に加えている力の大きさを m_{A}，m_{B}，g を用いて表せ．

(8) C にはたらく床からの垂直抗力の大きさを，M，m_{A}，m_{B}，g を用いて表せ．

〔C〕 C を押す水平方向右向きの力を大きくすると，A，B，C は同じ加速度で等加速度運動をするようになった．

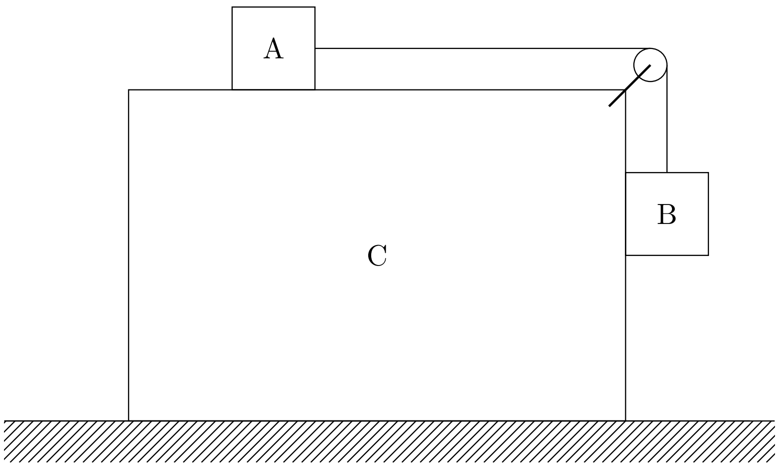
(9) 加速度の大きさを m_{A}，m_{B}，g を用いて表せ．

〔2009 年福岡大学，重問 21 対応〕

以下，追加問題（出典：1997 年横浜国立大学）．

〔D〕 $m_{\mathrm{A}} = 3m$，$m_{\mathrm{B}} = 2m$，$M = 10m$ とする．C を押す水平方向右向きの力を調整すると，C は力と同じ向きに $\dfrac{1}{10}g$ の加速度で運動した．

(10) このとき C を押している力の大きさを求めよ．


A
B
C

5. 図のように，水平でなめらかな床に，質量 M の三角台 P を置き，ブロックで両側を固定した．P は床と角度 θ をなすなめらかな斜面を持つ．斜面上の点 B に質量 m の小物体 Q を置き，静かに放したところ，Q は斜面上を滑り落ちた．重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ．

(1) Q が斜面をすべっているとき，Q の加速度の大きさはいくらか．

(2) 点 B から斜面に沿って距離 d だけすべったときの Q の速さはいくらか．

次に，両側のブロックを取り除いて，すべり落ちた Q を再び点 B に置いた状態で，P と Q を保持した．そして，P と Q を同時に静かに放したところ，Q は斜面をすべり，P は加速度の大きさ A の等加速度運動をした．Q が P から受ける垂直抗力の大きさを N とする．

(3) P の加速度の向きは，図中の上下左右のいずれか．

(4) P の水平方向の運動方程式を記せ．

(5) Q の運動を，等加速度運動する P から見たとき，

ア Q にはたらく慣性力の向きは，図中の上下左右のいずれか．

イ Q にはたらく慣性力の大きさはいくらか．

ウ 斜面に垂直な方向についての Q の運動方程式を記せ．

(6) 前問の (4) と (5) ウで得られた式から A，N を求め，それぞれを M，m，g，θ で表せ．

(7) Q が点 B から斜面に沿って距離 ℓ だけすべる間に P が移動した距離 L を M，m，g，ℓ，θ の中から必要なものを用いて表せ．

〔2011 年名城大学，重問 25 対応〕

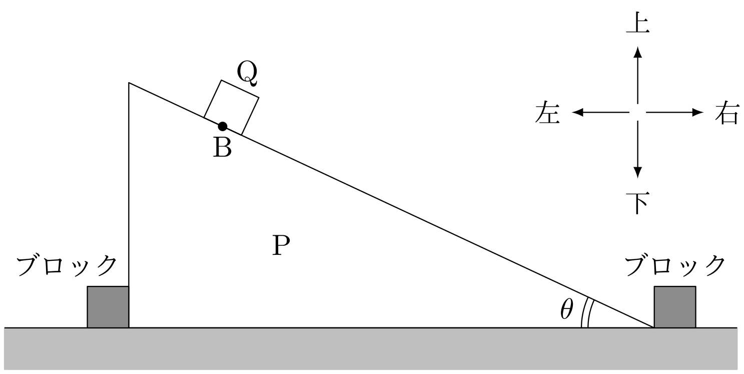
以下，追加問題．水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸を定め，P の加速度を A_x，Q の加速度の x 成分，y 成分をそれぞれ a_x，a_y とする．

(8) 地面固定系における各物体の運動方程式を記せ．

(9) P に対する Q の相対運動の方向が斜面と平行であることを示せ．

(10) 以上 (8)，(9) より N を求めよ．

(11) 運動量保存則を導け．また，この初期条件の下では重心速度が恒等的に 0 であること示せ．


上
Q
左
右
B
下
P
ブロック
ブロック
θ

■略解

3. 糸の拘束条件

(1) $0 = Mg - F - M'g$　(2) $\dfrac{M - M'}{m}$

(3) $M(-a) = T - Mg$

(4) $ma = T - \mu' mg$　(5) $\dfrac{M - \mu' m}{M + m} g$

(6) $\dfrac{1}{2}\dfrac{M - \mu' m}{M + m} g t^2$

(7) $-\dfrac{1}{2}\dfrac{\mu' m (M - \mu' m)}{M + m} g^2 t^2$

4. 糸と面の拘束条件

〔A〕(1) $m_{\mathrm{B}} g$　(2) $m_{\mathrm{B}} g$

〔B〕(3) $m_{\mathrm{A}} a = T$　(4) $m_{\mathrm{B}}(-a) = T - m_{\mathrm{B}} g$

(5) $\dfrac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} g$　(6) $\dfrac{m_{\mathrm{A}} m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} g$

(7) $\dfrac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} g$

(8) $\left(M + m_{\mathrm{A}} + \dfrac{m_{\mathrm{A}} m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} \right) g$

〔C〕(9) $\dfrac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}} g$

〔D〕(10) $\dfrac{63}{25} mg$

5. 面の拘束条件

(1) $g \sin\theta$　(2) $\sqrt{2gd\sin\theta}$　(3) 左

(4) $M(-A) = -N \sin\theta$

(5) ア：右　イ：mA

ウ：$0 = N + mA\sin\theta - mg\cos\theta$

(6) $N = \dfrac{Mm\cos\theta}{M + m\sin^2\theta} g$

$A = \dfrac{m\sin\theta\cos\theta}{M + m\sin^2\theta} g$

(7) $\dfrac{m}{M + m} \ell \cos\theta$

(8) $\begin{cases} m a_x = N\sin\theta\,, \\ m a_y = N\cos\theta - mg\,, \\ M A_x = -N\sin\theta \end{cases}$

(9) 略

(10) 略

(11) 略

解答編

3. 糸の拘束条件

【メモ】

・張力の大きさは，糸が伸縮しないことから未知量で置く他ない．この場合運動方程式だけでは式が不足するように思われるが，「糸が伸縮しない」という条件を式で表現することによって式と未知量の過不足がなくなる．面（垂直抗力，静止摩擦力）に関しても同様である．

【解答】

(1) 右側の糸の張力の大きさを T，左側の張力の大きさを S とする．各物体の運動方程式より[*1]，

$$\begin{cases} m\cdot 0 = T - S - F\,, \\ m\cdot 0 = N - mg\,, \\ M\cdot 0 = T - Mg\,, \\ M'\cdot 0 = S - M'g \end{cases} \qquad \therefore m\cdot 0 = Mg - M'g - F\,.$$

(2) つりあいより $F = (M-M')g$，$N = ng$ である．滑らない条件ゆえ $F \leq \mu N$ を考えて[*2]，

$$(M-M')g \leq \mu mg \qquad \therefore \mu \geq \frac{M-M'}{m}\,.$$

(3) 水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸を定める．質量 m の物体の位置を (x,y)，質量 M の物体の位置を (X,Y) とする．今 y，X は定数である．このとき糸の長さは，

$$(X-x)+(y-Y)=\ell_{\mathrm{r}}$$

と表される．質量 m の物体の加速度の x 軸成分を a，質量 M の y 成分を A とすると，糸の拘束条件を微分すれば，

$$-a-A=0 \qquad A=-a$$

と関係付くので，運動方程式はそれぞれ

$$\begin{cases} M(-a) = T - Mg\,, \\ ma = T - \mu' mg \end{cases}$$

となる[*3]．

*1 F を左向きとしたが，右向きで仮定してもよい．その場合，静止摩擦力を右向きに R などして計算すれば $R=(M'-M)g<0$ となり，実際は左向きであるということが分かる．そうして，静止摩擦力の大きさを $F=|R|=(M-M')g$ とし左向きとして改めて立式すればよい．.

*2 等号の扱いを掘り下げるのは本質的ではない．不等号に付く等号については問題に従えばよい．

*3 質量 m の物体が受ける垂直抗力の大きさが mg であることは割愛した．

(4) 前問に示した．

(5) 運動方程式を解いて，

$$a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{M-\mu' m}{M+m}g}\,,\quad T = \frac{(1+\mu')Mm}{M+m}g\,.$$

(6) a が定数値であることから等加速度運動の公式より，

$$\Delta x = 0 + 0\cdot 0 + \frac{1}{2}at^2 = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{1}{2}\frac{M-\mu' m}{M+m}gt^2}\,.$$

(7) 個々のエネルギー収支の式は，

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{1}{2}m\cdot 0^2 = \begin{pmatrix} T-\mu' mg \\ 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \Delta x \\ 0 \end{pmatrix} = T\Delta x - \mu' mg\Delta x\,, \\ \dfrac{1}{2}Mv^2 - \dfrac{1}{2}M\cdot 0^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ T-Mg \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 \\ \Delta Y \end{pmatrix} = T\Delta Y - Mg\Delta Y \end{cases}$$

であるから，2 式の和を取って変形すれば[*4]，

$$\underbrace{\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 + Mg\Delta Y\right)}_{\text{終状態の力学的エネルギー}} - \underbrace{\left(\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{1}{2}M\cdot 0^2 + Mg\cdot 0\right)}_{\text{始状態の力学的エネルギー}} = -\mu' mg\Delta x$$

となるので，

$$\Delta E = -\mu' mg\Delta x = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{-\frac{1}{2}\frac{\mu' m(M-\mu' m)}{M+m}g^2t^2}\,.$$

*4 拘束条件より $\Delta Y = -\Delta x$ である．

5. 糸と面の拘束条件

【解答】

まず全体にかかる拘束条件に関して整理する．水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸を定める．A の位置を $(x_{\mathrm{A}}, y_{\mathrm{A}})$，B の位置を $(x_{\mathrm{B}}, y_{\mathrm{B}})$，C の位置を $(x_{\mathrm{C}}, y_{\mathrm{C}})$，物体 A，B，C の加速度をそれぞれ $\vec{a} = (a_x, 0)$，$\vec{b} = (b_x, b_y)$，$\vec{c} = (c_x, 0)$ とする．ここで，y_{A}，y_{C} は定数値を取り，面が変形しないことから B と C の間の間隔（物体の幅）を D とすると，

$$x_{\mathrm{B}} = x_{\mathrm{C}} + D$$

が成り立つ．また，糸の長さが一定ゆえ，糸の長さを ℓ とすれば

$$x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}} + y_{\mathrm{A}} - y_{\mathrm{B}} = \ell$$

となり，それぞれ時刻 t で微分すれば，

$$\begin{cases} b_x = c_x\,, \\ b_x - a_x + 0 - b_y = 0 \end{cases} \qquad \therefore \begin{cases} b_x = c_x\,, \\ b_x - a_x - b_y = 0 \end{cases}$$

と加速度の関係式を得る．

〔A〕 固定しているため $a_x = b_x = b_y = c_x = 0$ である．

(1) 糸の張力の大きさを T，B が C から受ける垂直抗力の大きさを N とする．各物体のつりあいは

$$\begin{cases} m_{\mathrm{A}} \cdot 0 = T - F_{\mathrm{A}}\,, \\ m_{\mathrm{B}} \cdot 0 = T - m_{\mathrm{B}} g\,, \\ m_{\mathrm{B}} \cdot 0 = N\,, \\ M \cdot 0 = -T + N + F_{\mathrm{C}} \end{cases} \qquad \therefore F_{\mathrm{A}} = T = \underset{\sim\sim}{m_{\mathrm{B}} g}\,,\quad F_{\mathrm{C}} = T - N = \underset{\sim\sim}{m_{\mathrm{B}} g}\,.$$

(2) 前問に示した．

〔B〕 C のみ固定しているため $c_x = 0$ である．つまり，拘束条件より $b_x = 0$ も成り立つ．

(3) 糸の長さが一定ゆえ，糸の長さを ℓ とすれば

$$x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}} + y_{\mathrm{A}} - y_{\mathrm{B}} = \ell$$

が成り立つ．今 C を固定しているため x_{B} も定数値を取ることに留意し，両辺を t で微分すれば，

$$0 - a_x + 0 - b_y = 0 \qquad \therefore b_y = -a_x$$

を得る．今 $b_y = -a$ より，$a_x = a$ である．さて，糸の張力の大きさを T，B が C から受ける垂直抗力の大きさを N とすると，各物体の運動方程式は，

$$\begin{cases} \underset{\sim\sim\sim}{m_{\mathrm{A}}a = T}\,, \\ \underset{\sim\sim\sim}{m_{\mathrm{B}}(-a) = T - m_{\mathrm{B}}g}\,, \\ m_{\mathrm{B}} \cdot 0 = N\,, \\ M \cdot 0 = -T + N + F_{\mathrm{C}} \end{cases} \qquad \therefore a = \frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}}g\,, \quad T = \frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}}g\,.$$

(4)　前問に示した．

(5)　C の運動方程式より，

$$F_{\mathrm{C}} = T - N = \frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}}g\,.$$

(6)　AC 間の垂直抗力の大きさを N_{A}，C と床の間の垂直抗力の大きさを N_{C} とする．A，C の運動方程式の y 成分より，

$$\begin{cases} m_{\mathrm{A}} \cdot 0 = N_{\mathrm{A}} - m_{\mathrm{A}}g\,, \\ M \cdot 0 = -T - N_{\mathrm{A}} - Mg + N_{\mathrm{C}}\,, \end{cases} \qquad \therefore N_{\mathrm{C}} = \left(M + m_{\mathrm{A}} + \frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}}\right)g\,.$$

〔C〕　題意より $a_x = b_x = c_x$，$b_y = 0$ である．

(9)　拘束条件と運動方程式を題意 $a_x = b_x = c_x$，$b_y = 0$ の下で解いて，

$$\begin{cases} m_{\mathrm{A}}a_x = T\,, \\ m_{\mathrm{B}}b_x = N\,, \\ m_{\mathrm{B}} \cdot 0 = T - m_{\mathrm{B}}g\,, \\ Mc_x = -T - N\,, \\ b_x - a_x - b_y = 0\,, \\ b_x = c_x = a_x\,, \end{cases} \qquad \therefore a_x = b_x = c_x = \frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}}g\,.$$

なお，他の物理量は，

$$b_y = 0\,, \quad N = \frac{{m_{\mathrm{B}}}^2}{m_{\mathrm{A}}}g\,, \quad T = m_{\mathrm{B}}g\,.$$

〔D〕　題意より $c_x = \frac{1}{10}g$ であり，拘束条件より $b_x = \frac{1}{10}g$ である．

(1)　$m_{\mathrm{A}} = 3m$，$m_{\mathrm{B}} = 2m$，$M = 10m$，$c_x = \frac{1}{10}g$ の下で運動方程式と拘束条件を解いて，

$$\begin{cases} 3ma_x = T\,, \\ 2mb_x = N\,, \\ 2mb_y = T - m_{\mathrm{B}}g\,, \\ 10m \cdot \frac{1}{10}g = -T - N + F_{\mathrm{C}}\,, \\ b_x - a_x - b_y = 0\,, \\ b_x = c_x = \frac{1}{10}g\,, \end{cases} \qquad \therefore F_{\mathrm{C}} = \frac{63}{25}mg\,.$$

なお，他の物理量は，

$$a_x = \frac{11}{25}g\,,\quad b_x = \frac{1}{10}g\,,\quad b_y = \frac{17}{50}g\,,\quad T = \frac{33}{25}mg\,,\quad N = \frac{1}{5}mg\,.$$

6. 面の拘束条件

【解答】

水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸を定める．P の床との接面のうち右端の頂点の位置を $(X,0)$，Q の位置を (x,y) とし，P，Q それぞれの加速度を $\vec{a}_{\mathrm{P}}=(A_x,0)$，$\vec{a}_{\mathrm{Q}}=(a_x,a_y)$ とする．

(1) 斜面下向きに x' 軸を定める（$x'=0$ を始状態位置に定める）．斜面下向き方向の物体の運動方程式より，

$$ma=mg\sin\theta \qquad \therefore a=\underline{g\sin\theta}\,.$$

(2) エネルギー収支より[*5]，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m\cdot 0^2=\begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-d\sin\theta\end{pmatrix} \qquad \therefore v=\underline{\sqrt{2gd\sin\theta}}\,.$$

(3) P の運動方程式より

$$MA_x=-N\sin\theta \qquad \therefore A_x=-\frac{N}{M}\sin\theta<0$$

となり x 軸負方向，つまり水平 左 向きとわかる．

(4) 題意より $A_x=-A$ ゆえ，

$$M(-A)=-N\sin\theta \qquad \therefore \underline{MA=N\sin\theta}\,.$$

(5) ア　$A_x<0$ より，P とともに運動する座標系（斜面下向きに x' 軸，斜面と垂直で斜面から突き出る向きに y' 軸）内部で生じる慣性力は x 軸正方向である．よって，水平 右 向き．

イ　公式より $\underline{mA}$．

ウ　斜面から突き出る向きを正に定め立式すれば，

$$\underline{M\cdot 0=N+mA\sin\theta-mg\cos\theta}\,.$$

(6) P の運動方程式，および P とともに動く座標系内部の y' 軸方向のつりあいの式より，

$$N=\underline{\frac{Mm\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g}\,,\quad A=\underline{\frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g}\,.$$

[*5] 力学的エネルギー保存則：$\frac{1}{2}mv^2+mg\cdot 0=\frac{1}{2}m\cdot 0^2+mgd\sin\theta$

時間追跡：右の式から $x'=d$ を満たす t を求め v へ代入 $\begin{cases} x'=\frac{1}{2}g\sin\theta t^2\,, \\ v=g\sin\theta t \end{cases}$

(7)　P とともに運動する座標系内部での Q の加速度を a とする．x' 方向の運動方程式より，

$$ma = mg\sin\theta + mA\cos\theta \qquad \therefore a = \frac{(M+m)\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}g$$

である．a，A いずれも一定ゆえ等加速度運動の式が使え，

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}at^2\,, \\ X = -\dfrac{1}{2}At^2 \end{cases}$$

となり，題意より $x' = \ell$，$X = -L$ ゆえ，

$$\begin{cases} \ell = \dfrac{1}{2}at^2\,, \\ -L = -\dfrac{1}{2}At^2 \end{cases} \qquad \therefore L = \frac{A}{a}\ell = \frac{\dfrac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g}{\dfrac{(M+m)\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g}\ell = \underline{\frac{m}{M+m}\ell\cos\theta}\,.$$

(8)　地面固定系における各物体の運動方程式は以下の通り．

$$\begin{cases} \underline{ma_x = N\sin\theta}\,, \\ \underline{ma_y = N\cos\theta - mg}\,, \\ \underline{MA_x = -N\sin\theta}\,. \end{cases}$$

(9)　拘束条件を考える．面が変形しないことから，物体の位置座標は

$$y = \tan\theta(X-x)$$

の関係を満たし，この式の両辺を t で微分することで，

$$a_y = \tan\theta(A_x - a_x)$$

を得る．ここで，$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より，

$$\begin{aligned} \tan\theta(A_x - a_x) - a_y &= 0 \\ \sin\theta(a_x - A_x) + a_y\cos\theta &= 0 \qquad \therefore \begin{pmatrix} a_x - A_x \\ a_y - 0 \end{pmatrix} /\!/ \begin{pmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となり，斜面と平行（斜面に沿って下向き）であることが示せた．

(10)　運動方程式，および拘束条件より，運動方程式 3 式を拘束条件に代入するようにして，

$$\begin{cases} ma_x = N\sin\theta\,, \\ ma_y = N\cos\theta - mg\,, \\ MA_x = -N\sin\theta\,, \\ a_y = \tan\theta(A_x - a_x) \end{cases} \qquad \therefore N = \underline{\frac{Mm\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}g}\,.$$

(11)　運動方程式より，

$$
\begin{aligned}
ma_x + MA_x &= 0 \\
\frac{d}{dt}(mv_x + MV_x) &= 0 \qquad \therefore mv_x + MV_x = \text{const}\,.
\end{aligned}
$$

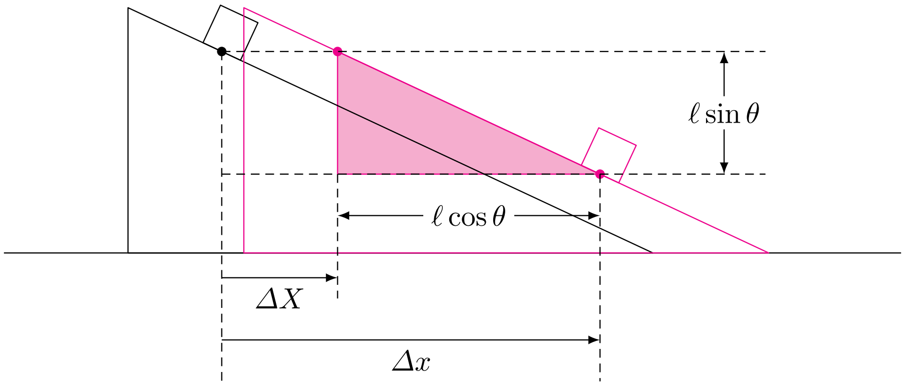
なお，初期条件が $v_x = 0$，$V_x = 0$ より，

$$
mv_x + MV_x = 0 \qquad \therefore \frac{mv_x + MV_x}{m+M} = 0
$$

となり重心速度が 0 であることも示せた．

【補足】(7) を地面固定系で考える

一般に $\mathit{\Delta} x > 0$，$\mathit{\Delta} X > 0$ の図を以下に示す（実際には $\mathit{\Delta} X < 0$ であるが，正で考える癖をつけた方が良いので正の図を描いた[*6,*7]）．

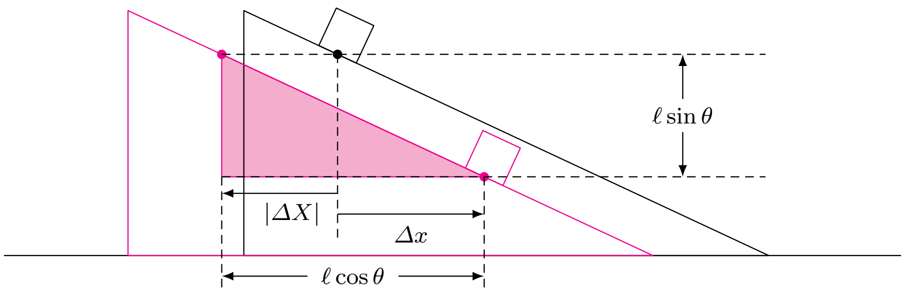


図より，

$$
\begin{cases}
\mathit{\Delta} x - \mathit{\Delta} X = \ell\cos\theta\,, \\
\mathit{\Delta} y = -\ell\cos\theta
\end{cases}
$$

[*6] $|\mathit{\Delta} X|$ と絶対値で考えるのは面倒だから極力正である状況の図を書いて代入するときに負の値を代入するとよい．

[*7] $\mathit{\Delta} X < 0$ の場合の実際の運動に即した図は以下の通りである．



であり，今 $\mathit{\Delta} X=-L$ であるから，

$$\begin{cases} \mathit{\Delta} x=-L+\ell\cos\theta\,, \\ \mathit{\Delta} y=-\ell\cos\theta \end{cases}$$

となる．

さて，(11) のように運動量保存則より，

$$\begin{aligned} mv_x+MV_x&=0 \\ \frac{d}{dt}\left(mx+MX\right)&=0 \qquad \therefore m\mathit{\Delta} x+M\mathit{\Delta} X=0 \end{aligned}$$

となるので，図の x 方向の変位に関する式も用いて，

$$\begin{cases} \mathit{\Delta} x=-L+\ell\cos\theta\,, \\ m\mathit{\Delta} x+M\mathit{\Delta} X=0 \end{cases} \qquad \therefore L=\frac{m}{M+m}\ell\cos\theta$$

を得る．