

問題編



22. 図のように、鉛直下向き（紙面の表から裏向き）に一様な大きさ B の磁束密度の磁場（磁界）の中に、十分に長く抵抗の無視できる 2 本の導体レール C, D が水平面上に間隔 L で平行に配置されている。導体レール C, D は、抵抗値 r の内部抵抗をもつ起電力 E の電池とスイッチ S を通じて接続されている。2 本の導体レールには、抵抗値 R_1 、質量 M の棒 1 と、抵抗値 R_2 、質量 M の棒 2 が置かれている。棒 1 と棒 2 は、2 本の導体レールと垂直に保ちながら導体レールから外れることなく、なめらかに動くことができる。図のように導体レールと平行に x 軸をとる。また、回路に流れる電流が作る磁場は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

[A] スイッチ S を開いた状態を考える。棒 2 を固定し、棒 1 に外力を加えて、 x 軸の正の向きに一定の速さ u で動かすものとする。

- (1) 時間 Δt の間に棒 1 が横切る磁束を答えよ。
- (2) 棒 1 に生じる誘導起電力の大きさ V を答えよ。
- (3) 棒 1 を流れる電流の大きさを、 B, L, R_1, R_2, V のうち必要なものを用いて答えよ。
- (4) 棒 1 に加えた外力の大きさと、その外力が単位時間当たりに行う仕事 W を、 B, L, R_1, R_2, V, M の中から必要なものを用いてそれぞれ答えよ。
- (5) 棒 1 と棒 2 のそれぞれで消費される電力を、 P_1, P_2 とする。 P_2 を、 B, L, R_1, R_2, V, M のうち必要なものを用いて答えよ。また、問 (4) で求めた W を、 B, L, M, P_1, P_2 のうち必要なものを用いて答えよ。

[B] スイッチ S を閉じた状態を考える。ただし、各棒の抵抗値 R_1, R_2 と電池の内部抵抗値 r の間には、 $R_1 = R_2 = 2r$ の関係があるものとする。

- (1) 棒 1 と棒 2 をともに固定するとき、棒 1 に流れる電流の大きさを、 B, L, E, r のうち必要なものを用いて答えよ。

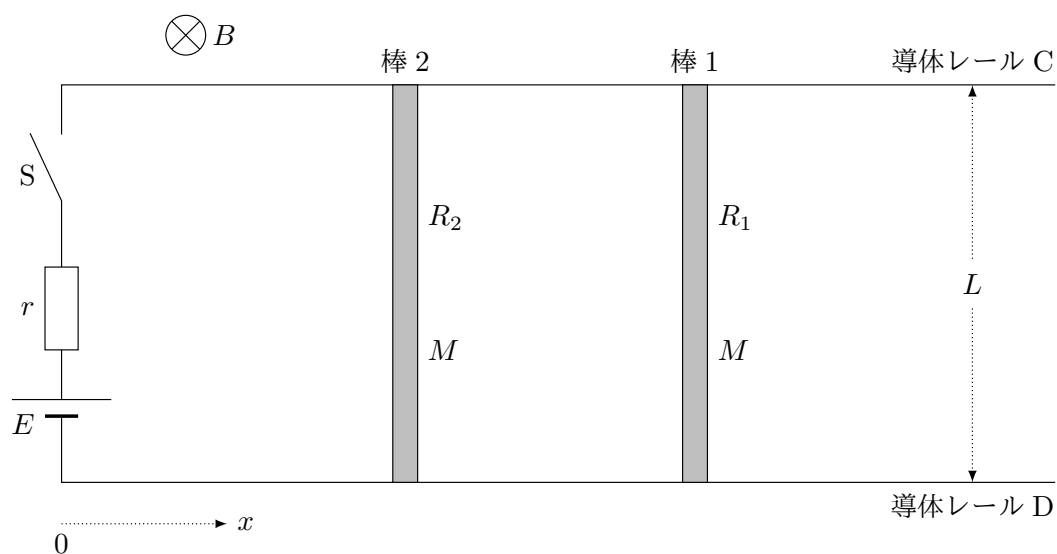
次に、スイッチ S を一旦開いてから、棒 1 と棒 2 を静止させた後、棒 2 のみを固定し、棒 1 を自由に動けるようにした。その後、再びスイッチ S を閉じると、棒 1 は動き出し、徐々に加速しながら、十分時間が経過した後、一定の速さに達した。

- (2) スイッチ S を閉じた直後、棒 1 に生じる加速度を、 B, L, E, r, M のうち必要なものを用いて答えよ。
- (3) 棒 1 が徐々に加速し、速さが v になった瞬間に棒 1 と棒 2 に流れる電流の大きさを、 B, L, E, r, M, v のうち必要なものを用いてそれぞれ答えよ。
- (4) 棒 1 が一定に速さが達したとき、この速さを、 B, L, E, r, M のうち必要なものを用いて答えよ。

再びスイッチ S を開き，棒 1 と棒 2 を静止させた後，ともに自由に動けるようにした．その後，スイッチ S を閉じて，十分に時間が経過すると，棒 1，棒 2 はそれぞれ一定の速さ v_1, v_2 に達した．

(5) 一定の速さ v_1, v_2 を， B, L, E, r, M のうち必要なものを用いてそれぞれ答えよ．

[2024 年関西学院大学，重問 132 対応]



23. 以下の文章中の空欄 1～6 にあてはまる最も適当な文字式や語句を解答群から 1 つずつ選び解答用紙にマークせよ.

図のように、水平な台の上に半径 r の金属円筒の管を置き、質量が M で円柱型のネオジム磁石 A を、 N 極側の面（円柱の底面）を下にして管内で水平に保ち、静かに放した。管の中心軸を z にとり、鉛直下向きを z 軸正の向きとする。以下では A は面を水平に保ったまま落下するものとする。その間、空気による抵抗は無視でき、 A は管の側面に当たることはないとする。また、重力加速度の大きさを g とする。

A が落下しているとき、管を z 軸を中心軸にもつコイルの集まりとみなし、 A の下方にある 1 つのコイル C （図の斜線部分）を貫く A に依る磁束の時間変化を考える。レンツの法則より、 C には図中の上から見て 1 に誘導電流が流れる。その誘導電流の大きさを I とする。図のように、 A から出る磁束線が、管の C の部分（金属円筒の側面の一部）を貫く位置での磁束密度の大きさを B 、向きを z 軸の正の向きとなす角 θ で表すと、コイル C の各部分が A による磁場（磁界）から受ける力の合力の向きは z 軸の 2 の向きである。また、その合力の大きさ f は、 C の演習に沿った 1 周りの長さを流れる大きさ I の電流が磁場から受ける力の大きさに等しく、円周率を π として、 $f = \text{3} \cdot 2\pi r$ である。同様に、管の A より上方にある部分が A による磁場から受ける力の向きは、 z 軸の 4 の向きである。一方 A は、管全体が A による磁場から受ける力の反作用として、管全体から力を受ける。その大きさを F ($F \geq 0$) とすると、 A の z 軸方向の運動方程式は、加速度を a として、

$$Ma = \text{5} \quad \text{①}$$

で与えられる。

F は、 A が落下し始めた直後は 0 であるが、 A の落下の速さ v によって変化する。やがて v が一定になったところで F も一定になる。このときの F の一定値 F_0 は①より、 $F_0 = \text{6}$ である。

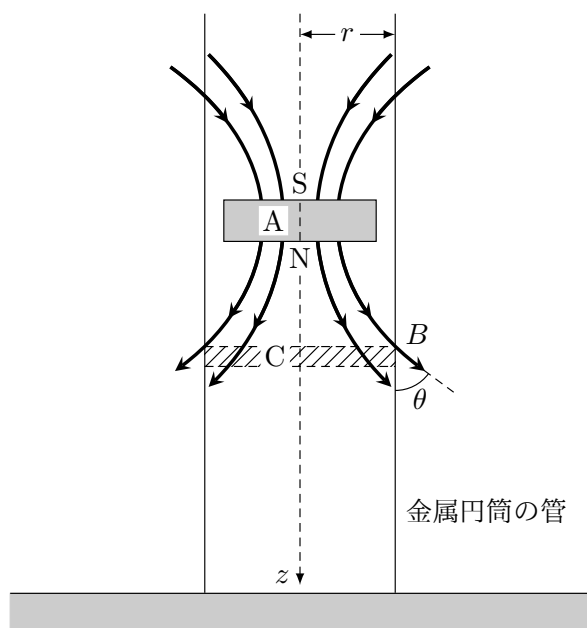
[2018 年千葉工業大学（第 3 問 b）、重問 131 対応]

以下追加問題。以下の文章中の空欄にあてはまる数式を解答せよ。ただし、 F_0 を用いてはならない。

A の落下する速さ v が一定になったとき、金属パイプで生じる単位時間当たりのジュール熱は 7 である。

解答群

- | | | | |
|---|---------------------------------|---|--------------------------|
| 1 | ア 時計回り | イ 反時計回り | |
| 2 | ア 正 | イ 負 | |
| 3 | ア IB
エ $IB^2 \tan \theta$ | イ $IB \sin \theta$
オ $IB^2(1 - \cos \theta)$ | ウ $IB \cos \theta$ |
| 4 | ア 正 | イ 負 | |
| 5 | ア Mg
エ $Mg + \frac{1}{2}F$ | イ $Mg - \frac{1}{2}F$
オ $Mg + F$ | ウ $Mg - F$ |
| 6 | ア 0
エ Mg | イ $\frac{1}{2}Mg$
オ $2Mg$ | ウ $\frac{\sqrt{2}}{2}Mg$ |



■略解

22. vBl 公式の電磁誘導

[A] (1) $BLu\Delta t$

(2) uBL

(3) $F_{\text{ex}} = \frac{V}{R_1 + R_2}, \quad W = \frac{VBL}{R_1 + R_2}$

(4) $\frac{V^2}{R_1 + R_2}$

(5) $P_2 = \frac{R_2 V^2}{(R_1 + R_2)^2}, \quad W = P_1 + P_2$

[B] (1) $\frac{E}{4r}$

(2) $\frac{EBL}{4rM}$

(3) $I_1 = \frac{2E - 3vBL}{8r}, \quad I_2 = \frac{2E + vBL}{8r}$

(4) $\frac{2}{3} \frac{E}{BL}$

(5) $\frac{E}{BL}$

23. ファラデーの法則の電磁誘導

1 イ：反時計回り

2 ア：正

3 イ： $IB \sin \theta$

4 ア：正

5 ウ： $Mg - F$

6 エ： Mg

7 Mgv

解答編

22. vBl 公式の電磁誘導

【メモ】

- ・回路の一部が動く電磁誘導は，誘導起電力の決定では vBl の公式が基本となる．
- ・電磁誘導の問題は，①誘導起電力の決定，②回路の議論，③運動の議論，④エネルギーの議論，という作りが基本．今回はエネルギーの議論が付いていないので，ここで以下の問題を追加する．

【解答】

- [A] (1) Δt 間に横切る面積は $Lu\Delta t$ である．磁束の定義より，

$$\Delta\Phi = \underline{BLu\Delta t}.$$

- (2) vBl 公式より，

$$V = \underline{uBL}.$$

また，ファラデー則より，

$$V = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \underline{BLu}.$$

vBl 公式ではフレミング左手の規則から，ファラデー則では磁束密度に対して右ねじの方向から決定できる．今の場合図の上向きに生じる．

- (3) 電流を回路の反時計回りに定義する．キルヒホッフ則より，

$$uBL - R_1I - R_2I = 0 \quad \therefore I = \frac{uBL}{\underline{R_1 + R_2}}.$$

- (4) 運動方程式より，

$$M \cdot 0 = F_{\text{ex}} - IBL \quad \therefore F_{\text{ex}} = IBL = \frac{(BL)^2}{\underline{R_1 + R_2}} u.$$

F_{ex} の仕事率（単位時間当たりに行う仕事）は定義より ^{*1}，

$$W = \vec{F}_{\text{ex}} \cdot \vec{v}_1 = F_{\text{ex}}u = \frac{(uBL)^2}{\underline{R_1 + R_2}}.$$

- (5) 各抵抗での消費電力（単位時間当たりが生じるジュール熱）は，公式より，

$$P_1 = R_1I^2 = \left(\frac{uBL}{R_1 + R_2} \right)^2 R_1, \quad P_2 = R_2I^2 = \left(\frac{uBL}{\underline{R_1 + R_2}} \right)^2 R_2$$

^{*1} ここでの W は仕事ではないことに注意．仕事率だから W ではなく P を用いた方が気持ちがいい．

また, W , P_1 , P_2 を比較して,

$$W = \frac{(uBL)^2}{R_1 + R_2} = \left(\frac{uBL}{R_1 + R_2} \right)^2 (R_1 + R_2) = \underline{\underline{P_1 + P_2}}.$$

[B] 棒 1, 2 それぞれに流れる電流を図の下向きに I_1 , I_2 とする. また, 棒 1, 2 の速度をそれぞれ v_1 , v_2 , 加速度を a_1 , a_2 とする.

(1) $v_1 = v_2 = 0$ である. キルヒホッフ則より,

$$\begin{cases} E - r(I_1 + I_2) - 2rI_2 = 0, \\ E - r(I_1 + I_2) - 2rI_1 = 0 \end{cases} \quad \therefore I_1 = I_2 = \underline{\underline{\frac{E}{4r}}}.$$

(2) 棒 1 の速度が v_1 のときを考え, 最終結果に $v_1 = 0$ を代入する^{*2}. $v_2 = 0$ の下でキルヒホッフ則より,

$$\begin{cases} E - r(I_1 + I_2) - 2rI_2 = 0, \\ E - r(I_1 + I_2) - 2rI_1 - v_1BL = 0 \end{cases} \\ \therefore I_1 = \frac{2E - 3v_1BL}{8r}, \quad I_2 = \frac{2E + v_1BL}{8r}.$$

よって, 運動方程式より $v_1 = 0$ を代入して,

$$Ma_1 = I_1BL = \frac{2E - 0}{8r} \quad \therefore a_1 = \underline{\underline{\frac{EBL}{4Mr}}}.$$

(3) 前問の計算結果に $v_1 = v$ を代入して,

$$I_1 = \underline{\underline{\frac{2E - 3vBL}{8r}}}, \quad I_2 = \underline{\underline{\frac{2E + vBL}{8r}}}.$$

(4) v_1 が一定となったときの棒 1 の加速度 a_1 は 0 である. よって, 運動方程式より,

$$M \cdot 0 = I_1BL = \frac{2E - 3v_1BL}{8r} \quad \therefore v_1 = \underline{\underline{\frac{2}{3} \frac{E}{BL}}}.$$

(5) それぞれの棒が運動しているときのキルヒホッフ則, および運動方程式はそれぞれ,

$$\begin{cases} E - r(I_1 + I_2) - 2rI_2 - v_2BL = 0, \\ E - r(I_1 + I_2) - 2rI_1 - v_1BL = 0, \\ Ma_1 = I_1BL, \\ Ma_2 = I_2BL. \end{cases}$$

速さが一定ということから $a_1 = a_2 = 0$ であり, このとき運動方程式から $I_1 = I_2 = 0$ となる. よって,

$$\begin{cases} E - r(0 + 0) - 2r \cdot 0 - v_2BL = 0, \\ E - r(0 + 0) - 2r \cdot 0 - v_1BL = 0, \end{cases} \quad \therefore v_1 = v_2 = \underline{\underline{\frac{E}{BL}}}.$$

^{*2} 当たり前だが, 実際の入試では始めから $v_1 = 0$ を解いた方が計算した方がよい.

【補足】(5) の微分方程式を解いてみる

キルヒホッフ則より, I_1, I_2 は,

$$\begin{cases} E - r(I_1 + I_2) - 2rI_2 - v_2BL = 0, \\ E - r(I_1 + I_2) - 2rI_1 - v_1BL = 0 \end{cases}$$

$$\therefore I_1 = \frac{2E - (3v_1 - v_2)BL}{8r}, \quad I_2 = \frac{2E - (3v_2 - v_1)BL}{8r}.$$

これを運動方程式へ代入して,

$$\begin{cases} Ma_1 = -\frac{(BL)^2}{8r} \left\{ (3v_1 - v_2) - \frac{2E}{BL} \right\} & \dots\dots\dots ① \\ Ma_2 = -\frac{(BL)^2}{8r} \left\{ (3v_2 - v_1) - \frac{2E}{BL} \right\} & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を得る.

まず, ① + ② を計算すると,

$$\begin{aligned} Ma_1 + Ma_2 &= -\frac{(BL)^2}{4r}(v_1 + v_2) + \frac{EBL}{2r} \\ \therefore a_1 + a_2 &= -\frac{(BL)^2}{4Mr} \left\{ (v_1 + v_2) - \frac{2E}{BL} \right\} \\ \therefore \frac{d}{dt}(v_1 + v_2) &= -\frac{(BL)^2}{4Mr} \left\{ (v_1 + v_2) - \frac{2E}{BL} \right\} \\ \frac{1}{(v_1 + v_2) - \frac{2E}{BL}} \frac{d(v_1 + v_2)}{dt} &= -\frac{(BL)^2}{4Mr} \\ \int \frac{1}{(v_1 + v_2) - \frac{2E}{BL}} \frac{d(v_1 + v_2)}{dt} dt &= -\int \frac{(BL)^2}{4Mr} dt \\ \log \left| (v_1 + v_2) - \frac{2E}{BL} \right| &= -\frac{(BL)^2}{4Mr} t + \spadesuit \\ \therefore v_1 + v_2 &= \frac{2E}{BL} + e^{\spadesuit} e^{-\frac{(BL)^2}{4Mr} t} \end{aligned}$$

となる. $t = 0$ で $v_1 = v_2 = 0$ より $e^{\spadesuit} = -\frac{2E}{BL}$ と求まり,

$$v_1 + v_2 = \frac{2E}{BL} \left(1 - e^{-\frac{(BL)^2}{4Mr} t} \right)$$

を得る.

続いて、①－②を計算すると、

$$\begin{aligned}
 Ma_1 - Ma_2 &= -\frac{(BL)^2}{2r}(v_1 - v_2) \\
 \therefore a_1 - a_2 &= -\frac{(BL)^2}{2Mr}(v_1 - v_2) \\
 \therefore \frac{d}{dt}(v_1 - v_2) &= -\frac{(BL)^2}{2Mr}(v_1 - v_2) \\
 \frac{1}{v_1 - v_2} \frac{d(v_1 - v_2)}{dt} &= -\frac{(BL)^2}{2Mr} \\
 \int \frac{1}{v_1 - v_2} \frac{d(v_1 - v_2)}{dt} dt &= -\int \frac{(BL)^2}{2Mr} dt \\
 \log |v_1 - v_2| &= -\frac{(BL)^2}{2Mr}t + \spadesuit \\
 \therefore v_1 - v_2 &= \pm e^{\spadesuit} e^{-\frac{(BL)^2}{2Mr}t}
 \end{aligned}$$

となる． $t=0$ で $v_1=v_2=0$ より $e^{\spadesuit}=0$ と求まり、

$$v_1 - v_2 = 0$$

を得る．以上より、

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{2E}{BL} \left(1 - e^{-\frac{(BL)^2}{4Mr}t}\right), \\ v_1 - v_2 = 0 \end{cases} \quad \therefore v_1 = v_2 = \frac{E}{BL} \left(1 - e^{-\frac{(BL)^2}{4Mr}t}\right)$$

と求まる．十分時間経過後の v_1, v_2 は、以下のように極限值を取ればよい．

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E}{BL} \left(1 - e^{-\frac{(BL)^2}{4Mr}t}\right) = \underbrace{\frac{E}{BL}}.$$

23. ファラデーの法則の電磁誘導

【メモ】

- ・磁石が運動するなどして回路を貫く磁束が時間変化することによって生じる誘導起電力はファラデー則からしか求まらない。
- ・レンツの法則（規則）とは「誘導起電力は、磁束の変化を妨げる向きに生じる」というものであるが、エネルギー保存則の言いかえに過ぎない。

【解答】

- 1 N 極の面が近づくとき、C を貫く磁束は増加する。誘導電流が反時計回りに流れると、 z 軸負方向に磁場が発生することで C を貫く磁束は減少する。よって、反時計回りに誘導電流が流れるよう 反時計回り の誘導起電力が生じる。なお、エネルギー保存則の観点からは「回路にジュール熱が生じることから磁石は減速する方向に力を受ける。すなわち、 z 軸負方向（斥力の向き）に磁束密度が生じるように反時計回りに誘導電流が生じるように誘導起電力が生じる。」と判断できる。
- 2 磁束密度の水平成分（管の中心から外向きに伸びる向きを正）を B_r 、磁束密度の z 成分を B_z とする。C に流れる電流を I としたとき、C を構成する微小部分の長さ $\Delta\ell$ の部分が各磁束密度の成分から受けるアンペール力の水平成分 f_r 、および z 軸方向成分 f_z はそれぞれ、

$$f_r = -IB \cos \theta \Delta\ell, \quad f_z = IB \sin \theta \Delta\ell$$

である。合力の水平成分は f_r を 1 周に亘って和を取れば相殺して 0 となる。他方、合力の z 成分は f_z を 1 周に亘って和を取れば、

$$\sum_{1 \text{ 周}} f_z = \sum_{1 \text{ 周}} IB \sin \theta \Delta\ell = IB \sin \theta \sum_{1 \text{ 周}} \Delta\ell = IB \sin \theta \cdot 2\pi r$$

となる。よって、合力は z 軸正方向に大きさ $f = \underline{IB \sin \theta \cdot 2\pi r}$ であり、その向きは z 軸正方向 である。

- 3 前問に示した。
- 4 磁石の上部にある C と対称な位置にある管の部分を D と呼ぶことにする。D を貫く磁束は減少する。誘導電流が時計回りに流れると、 z 軸正方向に磁場が発生する。そのため、D には時計回りに誘導電流が流れるよう時計回りの誘導起電力が生じる^{*3}。

図より、磁束密度の水平成分（管の中心から外向きに伸びる向きを正）は $-B_r (< 0)$ 、磁束密度

^{*3} エネルギー保存則の観点からは「回路にジュール熱が生じることから磁石は減速する方向に力を受ける。すなわち、 z 軸正方向（引力の向き）に磁束密度が生じるように反時計回りに誘導電流が生じるように誘導起電力が生じる。」と判断できる。

の z 成分は B_z である。D に流れる電流を I としたとき、D を構成する微小部分の長さ $\Delta\ell$ の部分が各磁束密度の成分から受けるアンペール力の水平成分 f_r 、および z 軸方向成分 f_z はそれぞれ、

$$f_r = +IB \cos \theta \Delta\ell, \quad f_z = IB \sin \theta \Delta\ell$$

となり、合力の水平成分は f_r を 1 周に亘って和を取れば相殺して 0 に、合力の z 成分は f_z を 1 周に亘って和を取れば $2\pi IB r \sin \theta$ となる。よって、その向きは z 軸正方向 である。

- 5 管は磁石から z 軸正方向の力を受けるので、磁石が管から受ける力は作用反作用の法則より z 軸負方向となる.. よって、運動方程式は、

$$Ma = \underline{\underline{Mg - F}}.$$

- 6 v が一定値を取るとき、 $a = 0$ である。よって、運動方程式より、

$$M \cdot 0 = Mg - F \quad \therefore F = \underline{\underline{Mg}} (= F_0)$$

- 7 磁場は仕事をしないため、力学系と回路系全体でのエネルギー収支は 0 となる。よって、運動エネルギー変化を ΔK 、位置エネルギー変化を ΔU 、管に生じるジュール熱を J とすると、

$$\Delta K + \Delta U + J = 0$$

が成り立つ。速さが一定のとき運動エネルギー変化は 0 となるから、

$$J = -\Delta U$$

となる。よって、単位時間当たりでは、

$$J = -(-Mgv) = \underline{\underline{Mgv}}.$$

なお、以下のように重力場を外部と考えてもよい。

$$\begin{aligned} \Delta K + J &= W_{\text{重力}} \\ \therefore J &= W_{\text{重力}} - \Delta K = Mgv - 0 = \underline{\underline{Mgv}}. \end{aligned}$$

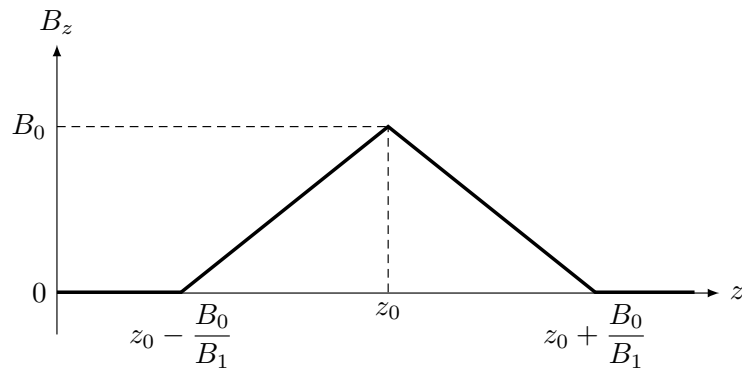
【解答】適当なモデル化をして，力の関数形と終端速度を求めてみよう

管の内径を r ，厚みを $d (\ll r)$ ，管の素材の抵抗率を ρ とする．

考えるリングの位置を z_0 ，磁石の位置を z とする．磁束密度の z 成分が

$$B_z(z_0, z) = \begin{cases} B_0 - B_1|z_0 - z| & \left(|z_0 - z| \leq \frac{B_0}{B_1} \right) \\ 0 & \left(|z_0 - z| \geq \frac{B_0}{B_1} \right) \end{cases}$$

と与えられるモデルを考える（グラフは以下の図）．



このとき，位置 z_0 にあるリングを貫く磁束 Φ は，

$$\Phi = \pi r^2 B_z(z_0, z)$$

となる．

■誘導起電力

リングに生じる誘導起電力を考える． $z < z_0$ でかつ $|z_0 - z| \leq \frac{B_0}{B_1}$ の区間の場合を考える．磁束密度の z 成分は

$$B_z(z_0, z) = B_0 - B_1(z_0 - z)$$

となるので，ファラデー則より，

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{d}{dt} \{B_0 - B_1(z_0 - z)\} = -\pi r^2 B_1 \frac{dz}{dt} = -\pi r^2 B_1 v$$

と求まる．ここで，正の向きは磁束密度の z 成分を右手で握るようにしたときの親指以外の指の方向（右ねじの規則）である．

■抵抗値と誘導電流

まず，リングの抵抗値 R を求める． $|z_0 - z| \leq \frac{B_0}{B_1}$ の区間を微小に分割し，その幅を $\Delta\zeta$ とすると，断面積 $d\Delta\zeta$ ，長さ $2\pi \left(r + \frac{d}{2}\right) \doteq 2\pi r$ より，

$$R = \rho \frac{2\pi r}{d\Delta\zeta}$$

である．よって，誘導電流は，

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\pi r^2 B_1 v \cdot \frac{d\Delta\zeta}{2\pi r \rho} = -\frac{rdB_1}{2\rho} v \Delta\zeta$$

と求まる．

■磁場の z 成分 B_z と半径成分 B_r

$z < z_0$ でかつ $|z_0 - z| \leq \frac{B_0}{B_1}$ の区間とする．

位置 z_0 を囲うように厚さ Δz_0 の円柱領域を考える．上面，下面の位置はそれぞれ $z_0 \mp \frac{\Delta z_0}{2}$ である．微小な円柱領域ゆえ，側面を貫く磁束密度成分 B_r はこの側面上で一定と見做してよい．磁気に関するガウス則より，

$$-B_z \left(z_0 + \frac{\Delta z_0}{2}, z \right) \cdot \pi r^2 + B_z \left(z_0 - \frac{\Delta z_0}{2}, z \right) \cdot \pi r^2 - B_r \cdot 2\pi r \Delta z_0 = 0$$

が成り立つ．ここで， $B(z_0, z) = B_0 - B_1(z_0 - z)$ より，

$$\begin{aligned} B_z \left(z_0 + \frac{\Delta z_0}{2}, z \right) - B_z \left(z_0 - \frac{\Delta z_0}{2}, z \right) &= \left\{ B_0 - B_1 \left(z_0 + \frac{\Delta z_0}{2} - z \right) \right\} \\ &\quad - \left\{ B_0 - B_1 \left(z_0 - \frac{\Delta z_0}{2} - z \right) \right\} \\ &= -B_1 \Delta z \end{aligned}$$

とまとめられることを用いて，

$$-\pi r^2 (-B_1 \Delta z_0) - 2\pi r \cdot B_r \Delta z_0 \quad \therefore B_r = \frac{r}{2} B_1$$

と求まる．

■磁石がリングから受ける力

以上より，考えていたリングに流れる誘導電流が磁石から受ける力は，作用反作用の法則から同じ大きさ， z 軸負方向で，

$$f = -IB_r \cdot 2\pi \left(r + \frac{d}{2} \right) \doteq -\frac{rdB_1}{2\rho} v \Delta\zeta \cdot B_r \cdot 2\pi r = -\frac{\pi r^3 dB_1^2}{2\rho} v \Delta\zeta$$

と求まり，これをリングが存在する $|z_0 - z| \leq \frac{B_0}{B_1}$ の区間全体で足し合わせれば，

$$F = \int_{-\frac{B_0}{B_1}}^{+\frac{B_0}{B_1}} f d\zeta = - \int_{-\frac{B_0}{B_1}}^{+\frac{B_0}{B_1}} \frac{\pi r^3 d B_1^2}{2\rho} v d\zeta = - \frac{\pi r^3 d B_0 B_1}{\rho} v$$

となる．よって，磁石の運動方程式，および終端速度 v_f は以下のように求まる．

$$Ma = Mg - \frac{\pi r^3 d B_0 B_1}{\rho} v \quad \therefore v_f = \frac{\rho Mg}{\pi r^3 d B_0 B_1}.$$