



2025年度

島田高校 3 年第 2 回実力試験問題

物 理

2025 年 11 月 4 日実施

12:55 — 13:55

注 意 事 項

1. 第 1 問, 第 2 問, 第 3 問は必答問題, 第 4 問, 第 5 問は選択問題である.
2. 選択問題は, 第 4 問, 第 5 問から 1 題選択して解答せよ.
3. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと.
4. 落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがある場合, 直ちに監督者へ申し出ること.
5. 問題冊子は 15 ページまで, 解答用紙は 1 枚である.
6. 解答用紙の所定の欄 (右上) に, 所属クラス, 番号, 氏名を記入すること.
7. 解答は, 解答用紙の所定の欄に記入すること.
8. 問題冊子中の白紙のページは草稿用に使用してもよいが, 問題冊子は回収しないため採点は行われない.

試験問題は，次のページより始まります．

第 1 問 (必答)

図 1 のように，点 O を中心とする半径 L のなめらかな $\frac{1}{4}$ 円筒面 PQ があり，点 O に細い棒が固定されている．点 P は点 O の水平方向右にあり，点 Q は点 O の鉛直方向下にある．長さ $2L$ のなめらかな糸の両端に質量 m の小球 A と質量 M の小球 B を取り付け， B を円筒面上の点 Q に置き，糸を棒に掛けて， A を点 O から水平方向左に距離 L の位置まで移動させた．小球 A を静かに放すと， A は糸が弛むことなく運動して B と正面衝突した．衝突後の B は円筒面上を上昇し， A は円筒面上にのらずに静止した．重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視でき，糸は軽くて伸びないものとして，以下の問いに答えよ．

問 1 小球 A を放してから B と衝突するまでの間について考える． $\angle AOB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする．

(a) 糸の張力の大きさを求めよ．

(b) 小球 B が円筒面から受ける垂直抗力の大きさを求めよ．

問 2 質量の比 $\frac{M}{m}$ が小さすぎると，小球 A と B が衝突する前に棒に掛けた糸が滑って B が浮き上がり，衝突は起こらない． A が B と衝突するための $\frac{M}{m}$ の最小値を求めよ．

ヒント： B にはたらく垂直抗力が正であればよい．

問 3 衝突直前の小球 A の速さを求めよ．

問 4 衝突直後の小球 B の速さ V_0 ，および A と B の間の反発係数 e を求めよ．

問 5 衝突後，小球 B が円筒面上を上昇している間について考える． $\angle AOB = \phi$ として， B が円筒面から受ける垂直抗力の大きさを求めよ．

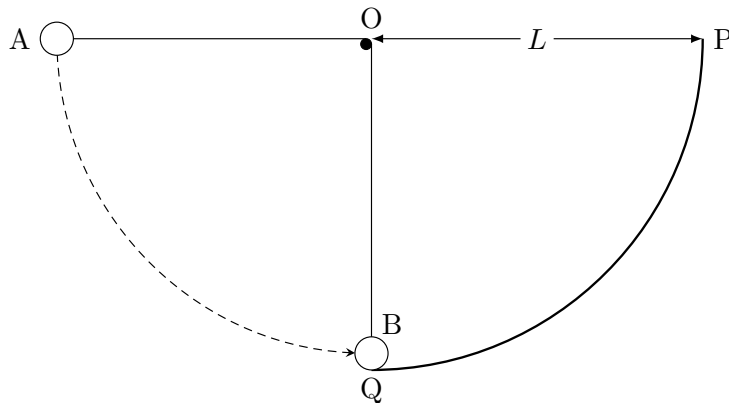


図 1

第2問（必答）

空所を埋め、問いに答えよ。 ウ は語句で埋めよ。

- (1) 原子が放出する光をプリズムで分光すると、とびとびの輝線が現れる。これを線スペクトルという。1885年にバルマーは、可視光領域にある水素原子の4つの線スペクトルの波長 $\lambda[\text{m}]$ が、次の式で与えられることを発見した。

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 4} \times B, \quad B = 3.6456 \times 10^{-7} \text{ m} \quad (n = 3, 4, 5, 6) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

一方、1890年にリュードベリは、リチウム原子などの線スペクトルの波長の逆数が、次の式で表されることを見出した。

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_\infty} - \frac{R}{(n + \mu)^2}, \quad (n \text{ は自然数}) \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

ここで λ_∞ と μ は定数である（水素原子では $\mu = 0$ ）。 $R[1/\text{m}]$ は異なる原子でもほぼ同じ値で、リュードベリ定数と呼ばれている。式①の逆数を取って $\mu = 0$ とした式②と比較すると、 $\lambda_\infty = B$ であることが分かる。

問1 リュードベリ定数 R を B を用いて表せ。

その後、水素原子の線スペクトルを構成する光の振動数 $\nu[\text{Hz}]$ は、リュードベリ定数 R 、光の速さ $c[\text{m/s}]$ と2つの自然数 n, n' を用い次の式で表されることが明らかになった。

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \times cR, \quad (n' \text{ は自然数}, n = n' + 1, n' + 2, n' + 3, \dots) \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

- (2) 1904年に長岡半太郎は、正に帯電した重い核の周りを電子が土星の輪のように並んで周回している原子模型を考案した。1911年にラザフォードは α 粒子の散乱実験から、原子の中心に非常に小さな核があり、そのまわりを電子が取り巻いているという原子模型を確立した。

問2 この原子模型には重大な問題点があると指摘されていた。その問題点を一つ上げよ。

この問題点を回避するため、ボーアは1913年に水素原子に対して次の仮説を導入した。

- (I) 電子は特定のエネルギーの状態でのみ原子内で存在できる。
- (II) 電子がエネルギーの低い定常状態へ移ると、プランクの理論に基づく光が放出される。

定常状態を，エネルギーの低い方から順に番号 n を付けて区別し，定常状態のエネルギーを E_n [J] ($n = 1, 2, 3, \dots$) と記す．状態 n から n' への遷移にともない，放出される光の振動数を ν ，プランク定数を h [J・s] とすると，(II) は次のように書ける．

$$E_n - E_{n'} = h\nu$$

式③と比べると，水素原子の定常状態のエネルギー E_n は

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2} \dots\dots ④$$

となることが予想される．

問 3 電子ボルト [eV] をエネルギーの単位として， $hc = 1.24 \times 10^{-6}$ eV・m とする．式

①で与えた B の値を用いて，水素原子の電離エネルギー ($-E_1$) を求めよ．

- (3) 定常状態の水素原子は，電荷 $-e$ [C]，質量 m [kg] の電子が電荷 e の原子核（陽子）のまわりを，変形 r [m]，速さ v [m/s] で等速円運動していると考える．クーロンの法則の比例定数を k_0 [N・m²/C²] とすると，運動方程式は次のようになる．

$$m \frac{v^2}{r} = k_0 \frac{e^2}{r^2} \dots\dots ⑤$$

問 4 電子が円周上を 1s 間に周回する回数（周回数） $\nu_e = \frac{v}{2\pi r}$ を， v を用いずに求めよ．

問 5 電子の運動エネルギーを K [J]，無限遠点を基準とする静電気力による位置エネルギーを U [J] とするとき， $K = -\frac{1}{2}U$ の関係があることを示せ．

水素原子の定常状態のエネルギー E_n は，電子の力学的エネルギー $K+U = \frac{1}{2}U = -K$ に等しいとする．このとき， r と v はリュードベリ定数 R を用いて次のように求められる．

$$r = \frac{k_0 e^2}{\boxed{\mathcal{A}}} \times n^2, \quad v = \sqrt{\frac{\boxed{\mathcal{A}}}{m}} \times \frac{1}{n}$$

なお，問 4 で求めた ν_e と E_n の間には，以下の関係がある．

$$\nu_e = \frac{1}{\pi k_0 e^2} \sqrt{\frac{2(-E_n)^3}{m}} \dots\dots ⑥$$

- (4) n を大きな自然数とし，エネルギー $E_{n+\ell}$ ($\ell = 1, 2, 3, \dots$) の定常状態から E_n の定常状態へ遷移するときに放出される光の振動数 ν を，式④を用いて計算してみよう． ε が 1 に比べて十分小さいとき $(1+\varepsilon)^\alpha \doteq 1 + \alpha\varepsilon$ となることを用いると，

$$\nu = \frac{E_{n+\ell} - E_n}{h} = cR \left\{ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+\ell)^2} \right\} = \frac{cR}{n^2} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{\ell}{n} \right)^{-2} \right\} \doteq \boxed{1} \times \ell$$

となる．これは振動数 イ を基本振動とし，その ℓ 倍振動の光が放出されることを意味する．イ を ν_0 [Hz] とし，式④を用いて n を消去すると，次のようになる．

$$\nu_0 = 2\sqrt{\frac{(-E_n)^3}{h^3 c R}} \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

原子から放出された光の振動数は，電子の周回数 ν_e と関係していると考えるのが自然である．そこで，このようにして求めた光の振動数 ν_0 が ν_e と等しいとおいてみよう．そうすると，リュードベリ定数 R を他の物理量から計算できる．こうして得られた理論値は，リュードベリ定数の式②から得られる R の測定値と一致する．また，このとき

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

が成り立つ．ボーアはその後の研究において，この式がすべての n ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して成り立つとして理論のよりどころとした．これをボーアの ウ 条件という．

問 6 式⑥，⑦からリュードベリ定数 R を求めよ．

第3問（必答）

図3－1のように、真空中に半径 a の小さな円形コイル A が、無限に長い直線上の導線 B と同じ平面内に置かれている．コイルの中心 P と導線との距離を r とし、導線には、大きさ I の一定の電流を図3－1の矢印の向きに流す．真空の透磁率を μ_0 として、以下の問いに答えよ．

問1 導線 B を流れる電流が作る磁場の強さ H は、点 P において、

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

で与えられる．この磁場は、図3－1のコイルを紙面の表から見たときにどの向きか、

問2 コイルを貫く磁束を求めよ．ただし、コイルの半径 a は導線からの距離 r に比べて十分に小さく、コイルの内側では磁場の強さ H は一様と見なせるものとする．

次に、図3－2のように、コイル A を導線 B と同じ平面内で導線と直交する方向に、一定の速さ v で導線から遠ざける．コイルの抵抗を R として、以下の問いに答えよ．ただし、コイルを流れる電流が作る磁場の影響は無視できるものとする．

問3 コイルに生じる誘導起電力の大きさが、

$$\frac{\mu_0 I a^2 v}{2r^2}$$

となることを示せ．ここで、 Δt の大きさが十分に小さいとき、

$$\frac{1}{r + v\Delta t} = \frac{1}{r} - \frac{v\Delta t}{r^2}$$

が成り立つことを用いてよい．

問4 コイルを流れる誘導電流の大きさを求めよ．また、その向きは、図3－2のコイルを紙面の表から見たときに、時計回りか、反時計回りか答えよ．

問5 問4で求めた誘導電流により、コイルにはジュール熱が発生する．このとき、誘導電流がした仕事の仕事率（消費電力）を求めよ．

問6 コイルを一定の速さ v で導線から遠ざけるためには、問5のジュール熱に相当する仕事をする外力を、コイルにはたらかせる必要がある．この外力の大きさを求めよ．

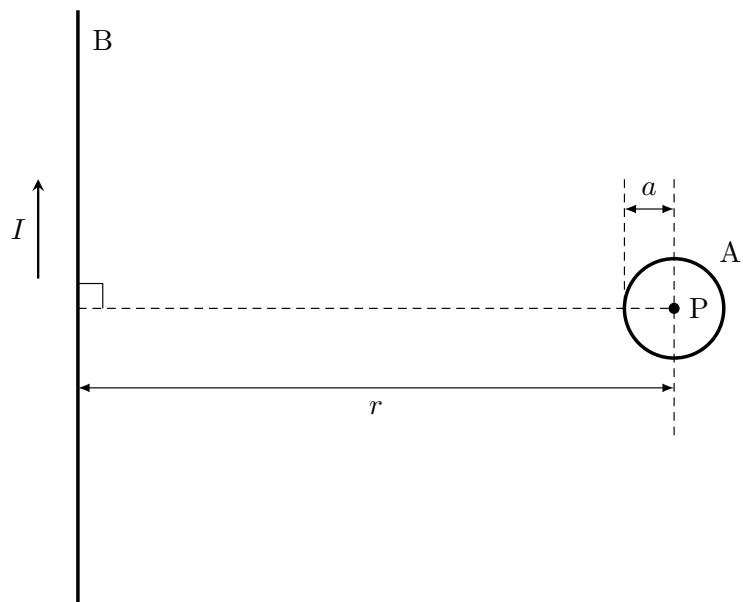


图 3 - 1

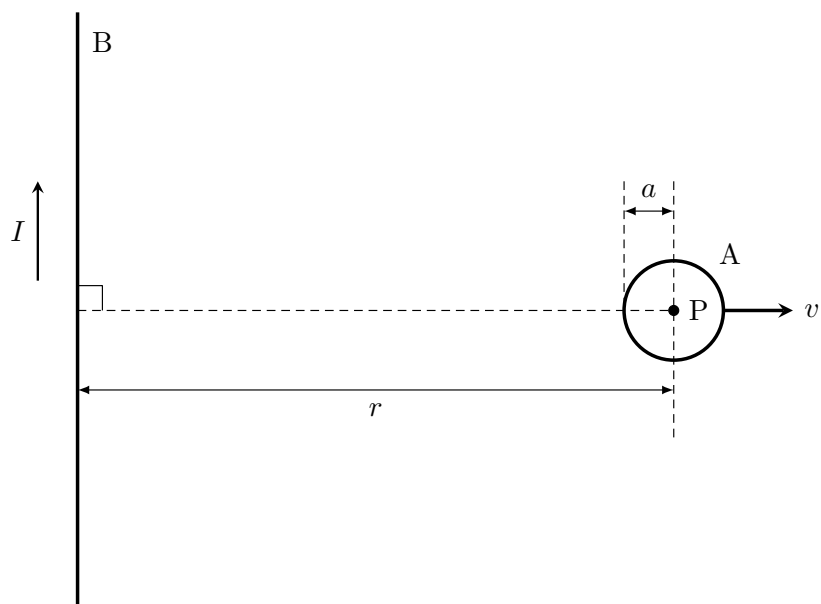


图 3 - 2

第4問（選択）

次の文章を読み、 に適する数式を入れよ。 内に記号が指定されている場合は、それらのうち必要なものを用いて答えよ。また、{ } の中から最も適切なものを選び記号で答えよ。 は、すでに で与えられたものと同じものを表す。

- I 媒質中を伝わる波の屈折について考えよう．ある点で2つの波が重なり合っていたときの媒質の変位 y は，それぞれの波が単独で伝わったときの変位 y_1 と y_2 を用いて $y = \textcircled{1} y_1, y_2$ と書ける．また，ある波の波面上の各点からは，波の進む前方に球面波（素元波）が生じる．無数の素元波による変位が $\textcircled{1}$ と同様の関係を持つことから，次の瞬間の波面は無数の素元波に共通する面となる．

図4－1は媒質1を速さ v_1 で伝わる平面波が媒質2との境界面に入射角 θ_1 で入射し，媒質2を屈折角 θ_2 ，速さ $v_2 (< v_1)$ で進む様子を表している．時刻 $t = 0$ において，波面はABにあった．このあと，この波面は次々に境界面に達して素元波を生じ， $t = T$ に媒質2のCDに屈折波の波面を形成した．このとき，A，B，C，Dの各点間の距離を例えばAB間であればそのままABのように書くと， $BD = \textcircled{2} v_1, v_2, T$ ， $AC = \textcircled{3} v_1, v_2, T$ である．また， θ_1, θ_2 を用いると， $BD = \textcircled{4} AC, AD, CD, \theta_1, T$ ， $AC = \textcircled{5} AB, AD, BD, \theta_2, T$ と書ける．ここでこの平面波を光とし，媒質1，媒質2の屈折率をそれぞれ n_1, n_2 とする．屈折率と光の速さの関係を用いると，BD，ACについての上記の式から屈折の法則 $\frac{n_2}{n_1} = \textcircled{6} \theta_1, \theta_2, T$ が導かれる．

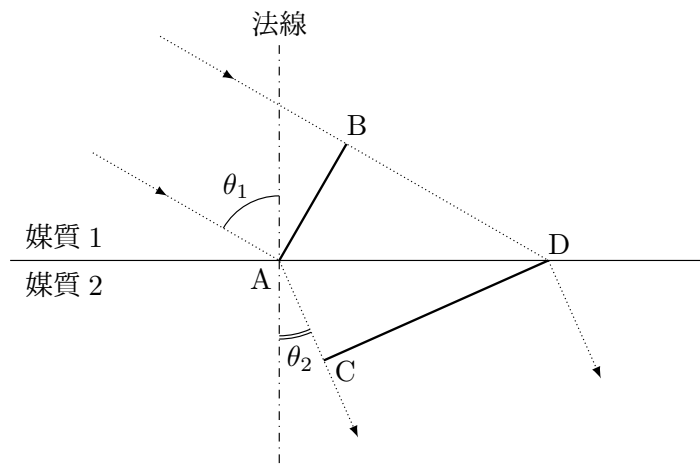


図4－1

II 次に、光の屈折が物体に及ぼす力を考えてみよう．光は波としての性質を持つが、格子と呼ばれる粒子の集まりの流れとしての性質も持つ．プランク定数 h 、光の振動数 ν 、真空中の光速 c を用いて、真空中の光子 1 個の運動量の大きさは $\textcircled{7} h, \nu, c$ と表せる．

図 4-2 は屈折率 n_1 の液体中に置かれた屈折率 $n_2 (> n_1)$ 、半径 a の一様な球に y 軸の負の方向に進む光線が入射し、 xy 面内で 2 回屈折して出射する様子を表している．なお光は十分に速いので、図 3-2 のように、1 回目の屈折の屈折角と 2 回目の屈折の入射角は等しいと見なせる．光線の向きを xy 面内の角度で表すと、入射角 θ_1 と屈折角 θ_2 の関係から、1 回目の屈折において光線の向きは時計回りを正に取って $\textcircled{8} \theta_1, \theta_2$ だけ変化することが分かる．2 回目の屈折についても同様に考えると、球を出射後の光線の向きは、球に入射する前と比べて $\textcircled{9} \theta_1, \theta_2$ だけ変化する．ここで液体中の光子 1 個の運動量の大きさを p 、運動量の x 成分を p_x とする．すると、光子の球による 2 回の屈折によって、 p_x は $\textcircled{10} p, a, \theta_1, \theta_2$ だけ変化する．球についても x 軸方向の運動のみについて考えると、光子の 2 回の屈折によって運動量の保存則から球の運動量は $-\textcircled{10}$ だけ変化する．よって、光線が入射する前は球が静止していたとすると、光線の屈折によって球は $\textcircled{11}$ { ア: 動かない, イ: x 軸の負の向きに動く, ウ: x 軸の正の向きに動く, エ: どちらに動くのかは分からない }．

現実の系ではこのような屈折以外の影響も考慮する必要があるが、光が及ぼす力を利用して微小な物体を操作する手法は光ピンセットなどと呼ばれ、微小な環境における重要な実験手法となっている．

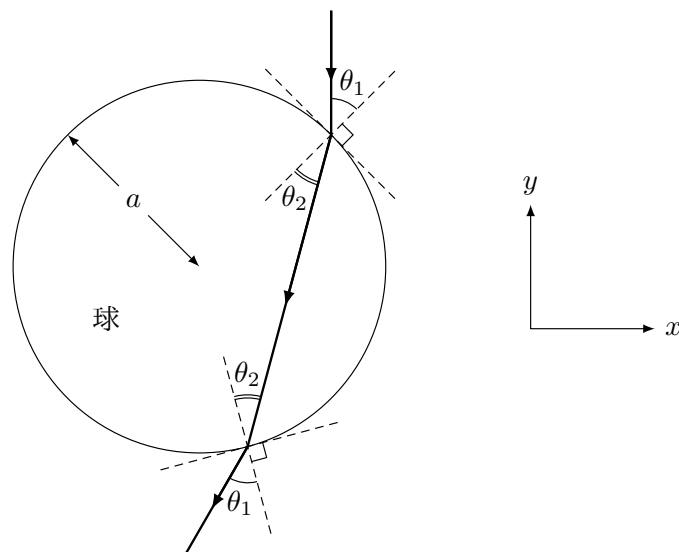


図 4-2

第5問（選択）

図5に示すように、質量の無視できるピストンにより上端が閉じられている容器を考える。ピストンの断面積は S であり、容器壁との間に摩擦はなく、容器内の体積はピストンの滑らかな移動によって操作される。容器内には単原子分子理想気体が入っており、気体の温度は体積の無視できる温度調節器により制御される。容器下端には栓が付いており、容器内の気体を排気することで容器内の圧力が大気圧と等しくなるよう調整できる。初期状態において容器内の気体の物質量は n_0 、体積は V_0 であり、栓は閉じている。栓の付いた細い管や容器壁と気体との熱のやりとりは無視でき、線は外部の大気が入ることがないよう操作されるものとする。気体定数を R とし、以下の問いに答えよ。

問1 初期状態における容器内の気体の圧力を求めよ。

問2 初期状態における容器内の気体の温度を求めよ。

問3 外部からピストンに加える力 F と温度調節器を制御しつつ、等温圧縮により容器内の気体の体積を $\frac{V_0}{2}$ とした。

(a) このときの容器内の圧力を求めよ。

(b) このときピストンに加えられている外力 F の大きさを求めよ。

問4 ピストンの位置を問3の状態に固定し、栓を開けたところ、気体が放出された。容器内の気体の温度に変化はなく、気体の圧力は大気圧 P_0 に等しくなった。放出された気体の物質量を求めよ。

問5 再び栓を閉じた上で気体に熱量 Q を与え、しばらく放置した。放置している間、気体と温度調節器との間の熱のやりとりは無視でき、容器内の体積は一定に保たれるものとする。

(a) 容器内の気体の温度 T_2 を求めよ。

(b) 熱を加えたことによる容器内の気体の圧力変化量 ΔP を求めよ。

問6 さらに続けて、ピストンを固定したまま栓を開け、気体を放出したところ、放出の前後で容器内の気体の温度に変化はなかった。容器内に残った気体の物質量を求めよ。

問7 以上のようにして、容器内の気体の最終的な物質量が、最初の物質量 n_0 の $\frac{1}{10}$ になった。 Q を、 P_0 、 V_0 を用いて表せ。

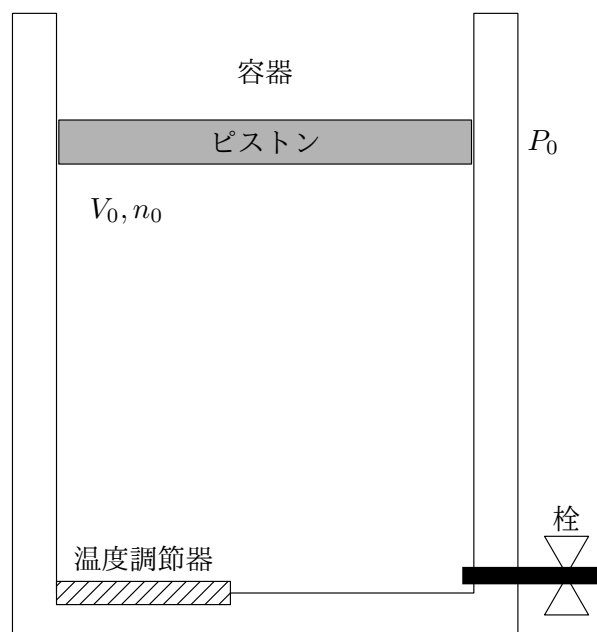


図 3

試験問題は，前のページで終わりです．

