2025年度

島田高校２年１学期期末試験問題

物　　理

2025 年 6 月 30 日実施　　　　8:45 ― 9:35

注　意　事　項

1. 試験開始の合図までこの冊子を開かないこと.
2. 落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがある場合，直ちに監督者へ申し出ること.
3. 問題冊子は 11 ページまで，解答用紙は 1 枚である.
4. 解答用紙の所定の欄（右上）に，**所属クラス**，**番号**，**氏名**を記入すること.
5. 解答は，解答用紙の所定の欄に記入すること.
6. 問題冊子中の白紙のページは草稿用に使用してもよいが，問題冊子は回収しないため採点は行われない.

試験問題は，次のページより始まります．

1. 図 1 のように，物体 A（質量 $2m$），B（質量 m）を糸（質量，伸縮ともに無視）で繋ぎ滑車 C にかけた．鉛直上向きに x 軸を定める．物体 A，B，滑車 C の位置をそれぞれ x_{A}，x_{B}，x_{C}，加速度をそれぞれ a，b，c，張力の大きさを T と記し，a，b，c，T を求める．重力加速度の大きさを g とし，一切の摩擦や空気抵抗を無視する．以下の文を読み，$\boxed{\qquad}$ に適した数式，または指示に従った解答をせよ．$\boxed{\boxed{\qquad}}$ はすでに $\boxed{\qquad}$ で現れたものと同じものを示している．

I　まず，滑車 C が固定されている場合を考える．滑車 C にはたらく力は $\boxed{\text{イ：解答欄に図示}}$ のようになり（F だけ図示済み），A，B についても同様に力を図示すれば各物体の運動方程式が立式できる．A の運動方程式は T，m，g を用いて $2ma = \boxed{\text{ロ}}$ となり，B についても同様に考えれば $mb = \boxed{\text{ハ}}$ となる．このとき，未知量は a，b，T に対し，式が 2 つと不足していることから何か条件を見落としていることが分かる．

糸は伸縮することはなく，その長さは一定である（これが拘束条件）．滑車に接触していない部分の糸の長さ ℓ（正の定数）は x_{A}，x_{B}，x_{C} を用いて $\ell = \boxed{\text{ニ}}$ となり，x_{C}，ℓ が定数であることから加速度 a，b の関係は $a = -b$ となる．

以上より，A，B の運動方程式と拘束条件の 3 式から未知量 a，b，T が求まり，それぞれ $a = \boxed{\text{ホ}}$，$b = \boxed{\text{ヘ}}$，$T = \boxed{\text{ト}}$ となる．また，C の運動方程式から，C を静止させておくために必要な外力 F は $F = \boxed{\text{チ}}$ とわかる．

II　続いて，滑車 C に加えている外力を $F = 17mg$ として加速運動させる場合を考える．このとき，A，B の運動方程式はそれぞれ $2ma = \boxed{\boxed{\text{ロ}}}$，$mb = \boxed{\boxed{\text{ハ}}}$ であり，C の運動方程式は $3mc = \boxed{\text{リ}}$ である．

糸は伸縮することはなくその長さは一定である．滑車に接触していない部分の糸の長さ ℓ（正の定数）は x_{A}，x_{B}，x_{C} を用いて $\ell = \boxed{\boxed{\text{ニ}}}$ であるから，ℓ だけが定数であることに留意すれば a，b，c の関係は $\boxed{\text{ヌ}} = 0$ となる．

以上より，A，B の運動方程式と拘束条件の 4 式から未知量 a，b，c，T を求めることができる．運動方程式から加速度 a，b，c を T を含む式で表し，それぞれを拘束条件の式へ代入すれば $T = \boxed{\text{ル}}$ が求まる．そして，T を各物体の運動方程式へ代入すれば $a = \boxed{\text{ヲ}}$，$b = \boxed{\text{ワ}}$，$c = \boxed{\text{カ}}$ となる．この結果から A は x 軸 $\boxed{\text{ヨ：正，負のいずれかを解答}}$ 方向へ運動することわかる．

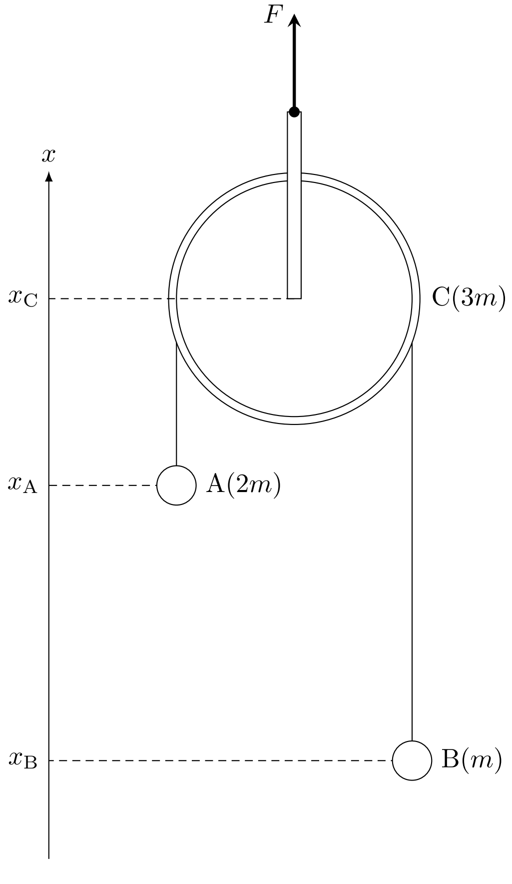

図 1

2. 水平な床の上に小球（質量 m）と三角台（質量 αm，傾斜角 30°）を置く（α は 1 より大きい定数）．水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸を定める．小球を三角台の斜面上にそっと置いたところ，小球は三角台の斜面上を運動した．三角台の左下の頂点の x 座標を X，小球と三角台の接触点を (x, y) とし，三角台の加速度の x 成分を A_x（y 成分は 0），小球の加速度の x 成分を a_x，y 成分を a_y，小球と三角台の間の垂直抗力の大きさを N とする．重力加速度の大きさを g とし，一切の摩擦や空気抵抗を無視する．以下の文を読み，$\boxed{}$ に適した数式，または指示に従った解答をせよ．$\boxed{\boxed{}}$ はすでに $\boxed{}$ で現れたものと同じものを示している．

I　まず，三角台が固定されている場合を考える（授業ではやっていない）．すなわち，こkでは X は定数値を取り，$A_x = 0$ である．図 2 − 2 のように，小球が三角台の斜面上にあるとき，小球にはたらく力は $\boxed{\text{い：解答欄に図示}}$ のようになる．よって，小球の運動方程式の x 成分は N を用いて $ma_x = \boxed{\text{ろ}}$，y 成分は N，m，g を用いて $ma_y = \boxed{\text{は}}$ となる．このとき，未知量は a_x，a_y，N に対し，式が 2 つと不足していることから何か条件を見落としていることが分かる．

小球は三角台の斜面にめり込んだり弾んで斜面から離れるようなことがない（これが拘束条件）．したがって，図 2 − 2 の色で塗られた三角形に注目すれば x，y，X の間には $\sqrt{3}\,y = \boxed{\text{に}}$ の関係が成り立つ．今，三角台が固定されていて X が定数であることから加速度 a_x，a_y の関係は $a_x = \boxed{\text{ほ}}$ となる．

以上より，小球の運動方程式の両成分と拘束条件の 3 式から未知量 a_x，a_y，N が求まり，それぞれ $a_x = \boxed{\text{へ}}$，$a_y = \boxed{\text{と}}$，$N = \boxed{\text{ち}}$ となる．

II　続いて，三角台の固定を解いて自由に運動する場合を考える．このとき，小球の運動方程式の x 成分，y 成分はそれぞれ $ma_x = \boxed{\boxed{\text{ろ}}}$，$ma_y = \boxed{\boxed{\text{は}}}$ であり，三角台の運動方程式の x 成分は $MA_x = \boxed{\text{り}}$ である．

小球は三角台の斜面にめり込んだり弾んで斜面から離れるようなことがない．したがって，図 2 − 2 の色で塗られた三角形に注目すれば x，y，X の間には $\sqrt{3}\,y = \boxed{\text{ぬ}}$ の関係が成り立つ．今 x，y，X の全ての文字が変化し得ることから，加速度 a_x，a_y，A_x の関係は $a_x = \boxed{\text{る}}$ となる．

以上より，小球，三角台の運動方程式と拘束条件の 4 式から未知量 a_x，a_y，A_x，N を求めることができる．運動方程式から加速度 a_x，a_y，A_x を N を含む式で表し，それぞれを拘束条件の式へ代入すれば $N = \dfrac{2\sqrt{3}\,Mm}{4M + m}g$ と求まる（計算が大変なので結果を載せておきました）．そして，この N を各物体の運動方程式へ代入すれば $a_x = \boxed{\text{を}}$，$a_y = \boxed{\text{わ}}$，$A_x = \boxed{\text{か}}$ となる．この結果から，小球の加速度の方向と x 軸とのなす角を θ としたとき $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(1 + \boxed{\text{よ}}\right)$ となり，小球だけ見れば 30° より大きい角度で運動しているということが分かる．

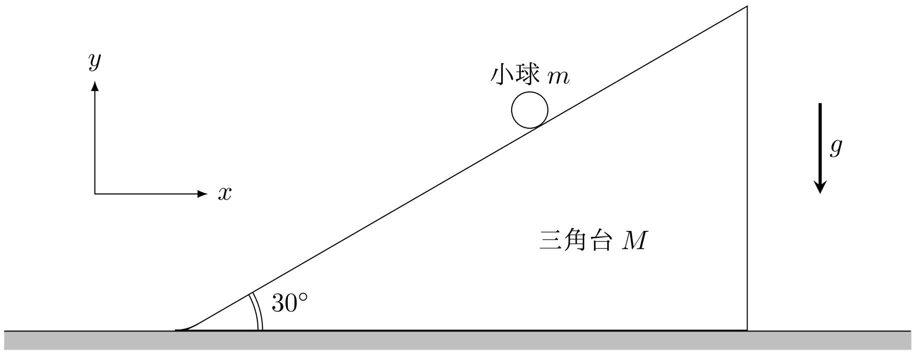

図２－１

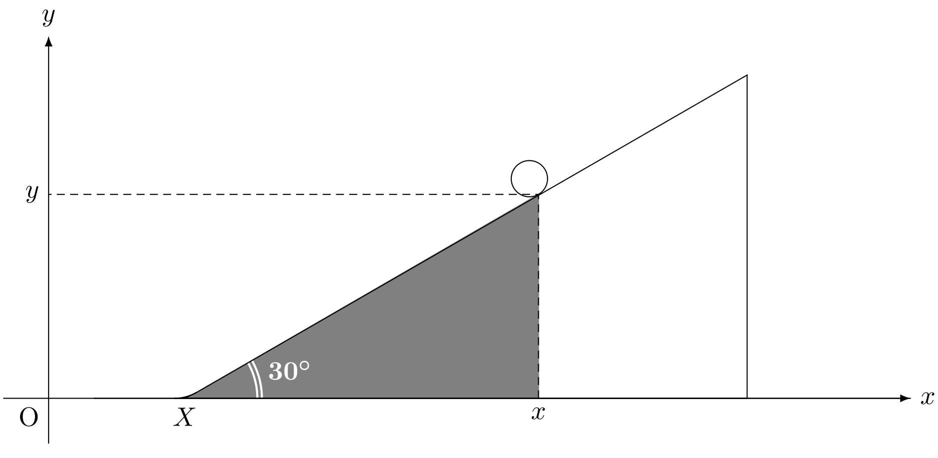

図２－２

3. 図３－１のように，傾斜角 θ の斜面上を滑りあがる状況を考える．物体が運動を始めたときの速度（初速度）を v_0 として，物体の質量を m，重力加速度の大きさを g とする．一切の摩擦や空気抵抗を無視する．以下の文を読み，$\boxed{}$ に適した数式を解答せよ．$\boxed{\boxed{}}$ はすでに $\boxed{}$ で現れたものと同じものを示している．

Ⅰ　物体には大きさ $\boxed{\text{ア}}$ の重力と，斜面からの垂直抗力がはたらく．垂直抗力の大きさ N は，物体が斜面に垂直な方向に運動しないことから $N = \boxed{\text{イ}}$ と求まり一定の大きさの力であることが分かる（$\boxed{\boxed{\text{イ}}}$ がわからなくても後半の問題は解けるし，II で求め方の詳細について触れているのでわからなければ一旦飛ばして戻ってこよう）．物体が斜面上を ℓ だけ滑りあがるとき，物体が重力からされる仕事は図３－２を参考に計算すれば $W_1 = \boxed{\text{ウ}}$ と求まり，垂直抗力からされる仕事も同様にして $W_2 = \boxed{\text{エ}}$ と求まる（ヒント：N と変位が直交している（なす角が 90°）であるから...）．

以上より，始状態の速さが v_0，終状態（折り返す瞬間）の速さが $\boxed{\text{オ}}$ であることから，求めたい ℓ は物体のエネルギー収支の式を用いて以下のように求まる．

$$\underbrace{\boxed{\text{カ}}}_{\text{物体の運動エネルギーの変化量}} = W_1 + W_2 = \boxed{\boxed{\text{ウ}}} + \boxed{\boxed{\text{エ}}} \qquad \therefore \ell = \boxed{\text{キ}}.$$

なお，始状態の高さを 0 とすると重力場の位置エネルギーは始状態で $U_{\text{はじめ}} = \boxed{\text{ク}}$，終状態で $U_{\text{おわり}} = \boxed{\text{ケ}}$ となるので，力学的エネルギー保存則を用いれば $\ell = \boxed{\boxed{\text{キ}}}$ と同様の結果を得る．

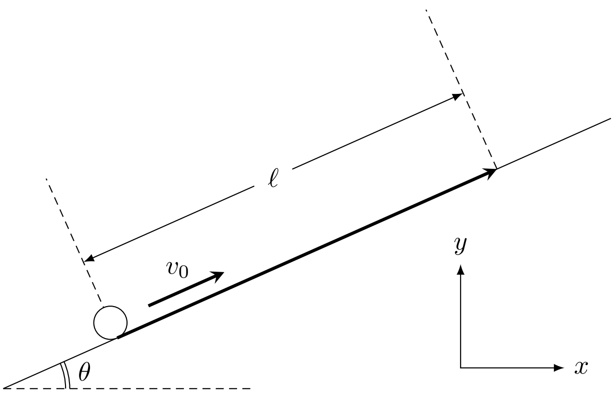

図３－１

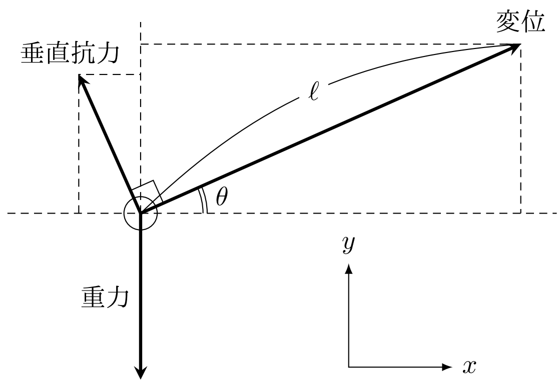

図３－２

II　次に，物体と斜面の間に動摩擦力が働く場合を考える．動摩擦係数を μ，物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とすると，動摩擦力の大きさは $N = \boxed{\text{コ}}$ と表される．さて，図 3 − 3 のように斜面に沿った方向に X 軸，斜面と垂直な方向に Y 軸を定めると，物体が斜面にめり込んだり弾んで斜面から離れるようなことがないことから Y 方向の変位は必ず $\boxed{\text{サ}}$ となる．それゆえ加速度の Y 成分もまた $\boxed{\text{サ}}$ となり，運動方程式の Y 成分から $N = \boxed{\text{イ}}$ と求まる．物体が斜面上を ℓ だけ滑りあがるとき，物体が重力からされる仕事は $W_1 = \boxed{\text{ウ}}$，垂直抗力からされる仕事は $W_2 = \boxed{\text{エ}}$ であり，動摩擦力からされる仕事が $W_3 = \boxed{\text{シ}}$ と求まるので，ℓ は以下のように求まる．

$$\underbrace{\boxed{\text{カ}}}_{\text{物体の運動エネルギーの変化量}} = W_1 + W_2 + W_3 = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{シ}} \qquad \therefore \ell = \boxed{\text{ス}}.$$

なお，始状態の高さを 0 とすると重力場の蓄える位置エネルギーは始状態で $U_{\text{はじめ}} = \boxed{\text{ク}}$，終状態で $U_{\text{おわり}} = \boxed{\text{ケ}}$ となるので，力学的エネルギー収支 $E_{\text{おわり}} - E_{\text{はじめ}} = W_3$ を考えても $\ell = \boxed{\text{ス}}$ と同様の結果を得る．

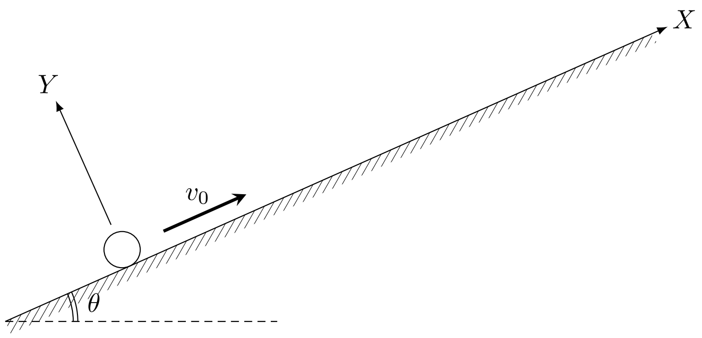

図 3 − 3

4. ばね定数 k のばねに繋がれた質量 m の物体の運動について，以下の設問に答えよ．重力加速度の大きさを g とし，一切の摩擦や空気抵抗を無視する．以下の文を読み，$\boxed{\quad\quad}$ に適した数式を解答せよ．$\boxed{\boxed{\quad\quad}}$ はすでに $\boxed{\quad\quad}$ で現れたものと同じものを示している．また，必要であれば以下の積分公式を用いてもよい．

積分公式：$\displaystyle\int_a^b x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_a^b = \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2$

I　図４－１のように水平な床の上にばねを置き，その一端を固定面に，他端を物体に繋ぐ．物体を位置 $x = A$ まで伸ばして静かに（初速度 0 で）手を放したときに，$x = \dfrac{1}{3}A$ を通過する瞬間の物体の速さ v を求めよう．物体が位置 x にあるとき，物体にはたらく弾性力 f は $f = \boxed{\text{あ}}$ と書けるから，$x = A$ から $x = \dfrac{1}{3}A$ の間にばねからされる仕事は $W = \boxed{\text{い}}$ と求まる（図４－２のグラフの符号付き面積を計算してもよいし，積分公式を用いてもよい）．

以上より，始状態の速さが 0 であるから，求めたい終状態の速さが v は物体のエネルギー収支の式を用いて以下のように求まる．

$$\underbrace{\boxed{\text{う}}}_{\text{物体の運動エネルギーの変化量}} = W = \boxed{\boxed{\text{い}}} \qquad \therefore v = \boxed{\text{え}}$$

なお，ばねの蓄える位置エネルギーは始状態で $U_{\text{はじめ}} = \boxed{\text{お}}$，終状態で $U_{\text{おわり}} = \boxed{\text{か}}$ となるので，力学的エネルギー保存則を用いれば $v = \boxed{\boxed{\text{え}}}$ と同様の結果を得る．

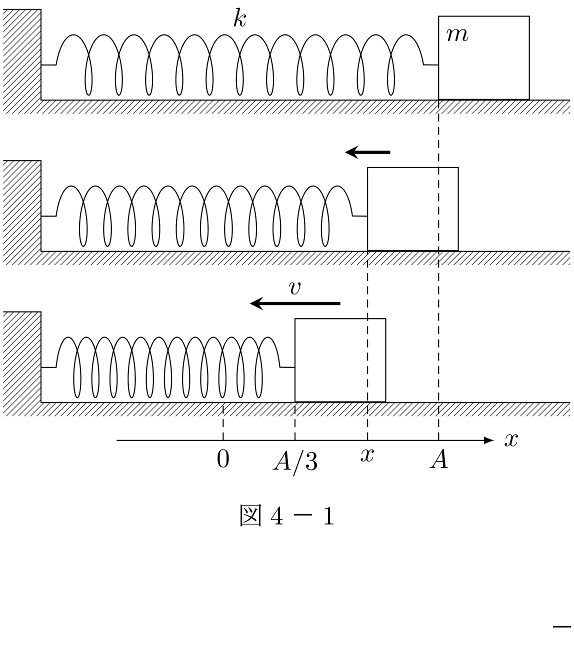

図４－１

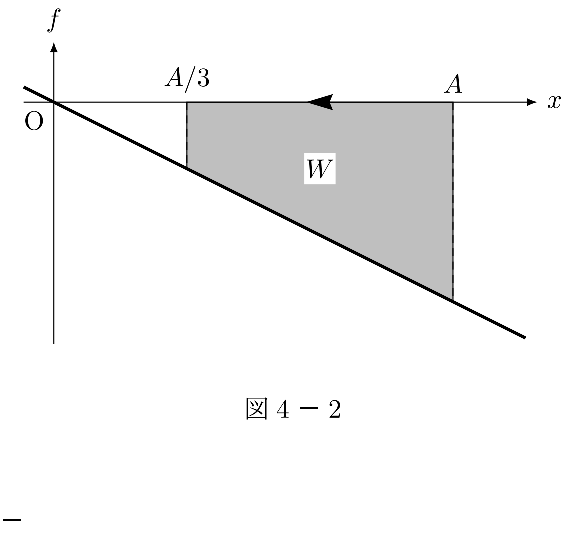

図４－２

II　図４－３のように，鉛直に立てられた筒の中にばねを置き，その一端を地面に，他端を物体に繋ぐ．物体を位ばねが自然長の位置にあるときの物体の位置を原点に定める．物体を $x = 0$ から静かに（初速度０で）手を放したときに，物体が最下点で折り返す位置は $x = -B\,(B > 0)$ のように書ける．$x = 0$ から $x = -B$ の間に物体が重力からされる仕事は $W_1 = \boxed{\text{き}}$，ばねからされる仕事は $W_2 = \boxed{\text{く}}$ と求まる．

以上から，物体が折り返す位置 $x = -B$ は物体のエネルギー収支の式を用いて以下のように求まる．

$$\underbrace{\boxed{\text{け}}}_{\text{物体の運動エネルギーの変化量}} = W_1 + W_2 = \boxed{\text{き}} + \boxed{\text{く}} \qquad \therefore x = -B = \boxed{\text{こ}}$$

なお，$x = 0$ を高さの基準とすると重力場の蓄える位置エネルギーは $U^{\text{重力場}}_{\text{はじめ}} = \boxed{\text{さ}}$，終状態で $U^{\text{重力場}}_{\text{おわり}} = \boxed{\text{し}}$，ばねの蓄える位置エネルギーは始状態で $U^{\text{ばね}}_{\text{はじめ}} = \boxed{\text{す}}$，終状態で $U^{\text{ばね}}_{\text{おわり}} = \boxed{\text{せ}}$ となるので，力学的エネルギー保存則を用いれば $x = -B = \boxed{\text{こ}}$ と同様の結果を得る．

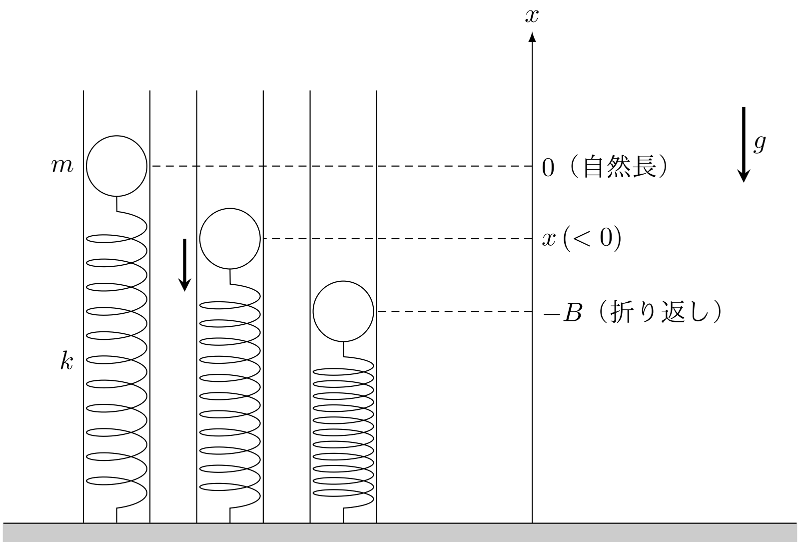

図４－３

試験問題は，前のページで終わりです．