一般相対論ミニマム

須藤　靖　〈東京大学大学院理学系研究科　suto@phys.s.u-tokyo.ac.jp〉

物理学会誌の記事のほとんどは難しい．私の知る限り少なくとも30年以上前から編集委員会の方々が編集後記で繰り返し，わかりやすい記事をと訴えかけ，かつそれに向けた不断の努力をされてきたにもかかわらず．多分にこれは，非専門家のためにではなく，身近な専門家の顔を浮かべながら執筆してしまう著者のせいである．これが良いことか悪いことかは自明ではないが，著者が「釈迦に説法」を避けるべく書いた解説が，大多数はその分野の非専門家である平均的物理学会員にとって「馬の耳に念仏」になってしまい，ほとんど読まれなくなっているとするならば，あまりにももったいない．一般相対論の研究者ではない私が本特集の序論的解説を依頼されたのは，まさにそのためであろう．というわけで，今回は学生時代に一般相対論の講義は受けたもののほとんど覚えていない，という平均的物理学会員を念頭においた平易な，といっても一般向け啓蒙書とは異なる解説を試みたい．したがって，もしも「釈迦に説法」あるいは「厳密には正しくない」と感じられた方がいたならば今回の試みは大成功だと言える．該当しそうな方はただちに本解説をスキップして以降の記事に進まれることを強くお薦めする．

1.　一般相対論の心

一般相対論を学んでまず最初に感激するのは，その透徹した思想と清々しいまでの高い論理性・倫理性である．ある特定の現象を説明するためだけの，部品を寄せ集めたつぎはぎ細工ではなく，およそ物理学の理論たるものすべてが満たすべき一つ上の階層の理論的枠組み，といった気品を感じさせる．物理学では「理論」と「モデル」の2つの単語をあまり区別せずに用いることが多いが，決して相対論をモデルと呼ぶ気はしない．その根底を流れる不変性あるいは対称という要請は，あらゆる物理学理論/モデルの基礎となっている．その意味において，法則が満たすべき規範あるいはメタ法則とは何かを学んでいるような気がしてきて，わくわくする．

怪しげな実験的/観測的「発見」が取りざたされるたびに，ただちにラグランジアンをちょこまかといじくって膨大な数の「新モデル」を発表することに汲々としている昨今の職業的理論物理屋も，再度本来の一般相対論の心に立ち返り，物理学理論の備えているべき品格と倫理を見つめ直すとともに，自らの日頃の行いを反省してみるのも決して無駄ではあるまい．

2.　物理量と座標系

我々は微分方程式を用いて物理現象を記述する．なぜそれ以外の記述法がないのか，単に知られていないだけなのか，私には良くわからない．いずれにせよそのために，物理現象を観察するための座標系を設定し，注目する物理量をその座標系で観測される成分を用いて微分方程式を書き下す．あとはそれを解けば良い．このように機械的なアルゴリズムにまとめてしまうと，何やら味気ない．しかし，この「座標系」とは何かを考え始めると悩ましい．

デカルト座標や極座標は極めて一般的な選択肢であるが，きれいな形で解けるかどうかは別として，現象の記述という目的だけを考えるならば，いかなる座標系を選択しようとその自由は認めるべきではあるまいか．さらに言えば，そもそも任意の座標系で微分方程式を書き下せるようなものでないかぎり，「物理」現象と呼ぶに値しないのではないだろうか．と，ここまで考えてくると，では物理量自身は座標系などという二次的なものとは無関係な独立した概念であるべきだ，という信念が芽生えてくる．つまり物理量とは座標系の選び方に応じた変換をするのではなく，そもそも座標系などに依存してはならないという結論に至る．

この相対論の倫理感をとことんしつこく，かつわかりやすく力説したのが，Misner, Thorne, Wheelerによる有名な教科書[1)]で，私は多大な影響を受けた．そこでは，通常の教科書のようにテンソルの成分だけで表現するのではなく，成分と基底を常に組として扱うという面倒な表記が用いられている．私が大学で行う相対論の講義の前半は彼らの考え方を完全に踏襲しているし，さらには臆面もなくそれらを易しくまとめた本まで書いてしまった．[2,3)] 以下ではそれらに基づいて，はるか昔に相対論の講義は受けたもののその内容はすっかり忘れてしまったという方々[*1]だけを対象とした解説を試みる．[4)] ちなみに，一部を除き光速度cを1とする単位系を用いているので注意してほしい．

2.1　ベクトルの成分と基底

4次元時空での任意の点Pを考え，そこで4つの独立な基底ベクトルの組$\{\boldsymbol{e}_\mu\}$を選ぶ（慣習にしたがって，時間成分を$\mu=0$，空間成分を$\mu=1, 2, 3$とする）．この基底ベクトルの組が，点Pにおける局所的な座標系を定めることになる．以下，点Pで定義されたある物理量$\mathcal{A}$が，この基底ベクトルの線形結合で書けるベクトル$\boldsymbol{A}(P)$に対応する場合を例として考えよう．[*2] すなわち

[*1] 講義を受けたことすら忘れてしまった方々はなおさら歓迎である．

[*2] すべての物理量$\mathcal{A}$が(1)式のような時空で定義されたベクトル（より一般にはテンソル）で表現されることは必ずしも自明ではないが，一般相対論ではそのような素性の明確なものだけを対象とする．

$$\boldsymbol{A}(P)=\sum_{\mu=0}^{3}A^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}_{\mu}(P)=A^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}_{\mu}(P)\,. \tag{1}$$

(1)式のように，以降，「上下に繰り返される添字は和をとる」というアインシュタインの規則を採用し，和の記号を省略する．この座標系（＝基底ベクトルの組の選び方）における$\boldsymbol{A}$の成分が，$\{A^{\mu}\}$ということになる．

点Pにおける座標系の選択の自由とは，基底ベクトルの組$\{\boldsymbol{e}_{\mu}\}$を節度を保った範囲内[*3]で任意の別の組$\{\boldsymbol{e}'_{\mu}\}$に変更しても，ベクトル$\boldsymbol{A}$は不変だという言明：

$$\boldsymbol{A}(P)=A^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}_{\mu}(P)=A'^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}'_{\mu}(P) \tag{2}$$

にほかならない．

(2)式のように書くと自明なように，このような異なる基底の選択に応じて，対応するベクトルの成分の値は当然変わる．(2)式の$\boldsymbol{A}$として点Pにおける無限小距離ベクトルを選べば，

$$\mathbf{d}\boldsymbol{x}(P)=\mathrm{d}x^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}_{\mu}(P)=\mathrm{d}x'^{\mu}(P)\,\boldsymbol{e}'_{\mu}(P)\,, \tag{3}$$

すなわち，異なる2つの基底ベクトルは

$$\boldsymbol{e}'_{\mu}(P)=\left.\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}}\right|_{P}\boldsymbol{e}_{\nu}(P) \tag{4}$$

という関係で結ばれることがわかる．これを再び(2)式に代入すれば，対応するそれぞれのベクトルの成分は

$$A'^{\mu}(P)=\left.\frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right|_{P}A^{\nu}(P) \tag{5}$$

という関係にある．通常この式は一般座標変換に対するベクトルの成分の変換則と呼ばれるが，(4)式で表現された各点における基底ベクトルの選び方に応じて，それをもとにして測ったベクトルの成分の値がどう変わるのかを示したものでしかない．つまり，ベクトル$\boldsymbol{A}$そのものは不変であるがゆえに，異なる基底ベクトルに対して異なる成分の値が割り振られるというごく自然な帰結に過ぎない．

2.2 ベクトルと双対ベクトル

ところで，基底ベクトルの組$\{\boldsymbol{e}_{\mu}\}$に対して，

$$\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu}(\boldsymbol{e}_{\mu})\equiv(\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu},\boldsymbol{e}_{\mu})=\delta^{\nu}_{\mu}=\begin{cases}1 & (\nu=\mu)\\ 0 & (\nu\neq\mu)\end{cases} \tag{6}$$

を満たすような線型写像の組$\{\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu}\}$ $(\nu=0\sim3)$がただ一つ存在する．ここではそれらを双対基底ベクトルと呼ぶことにする．[*4]

この双対基底ベクトルの一次結合によって，一般の双対ベクトルがつくられる．そして，ベクトル$\boldsymbol{A}$で表現される物理量$\mathcal{A}$は，双対ベクトル$\tilde{\boldsymbol{A}}$を用いても全く同等に表現できる．

$$\tilde{\boldsymbol{A}}=A_{\mu}\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu}\,. \tag{7}$$

ベクトルと双対ベクトル（あるいは1形式）の関係は，もっとなじみ深い例で言えば，線形代数の列ベクトルと行ベクトル，あるいは量子力学におけるブラとケットに対応する．

双対ベクトルの基底と成分の座標変換則も，ベクトルの場合と同じく導くことができて，以下のようになる．

$$\tilde{\boldsymbol{e}}'^{\mu}=\frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\nu}}\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu}\,,\quad A'_{\mu}=\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}}A_{\nu}\,. \tag{8}$$

上式のように，双対ベクトルの成分であるA_{μ}は，(4)式に示された基底ベクトル$\boldsymbol{e}_{\mu}$と同じ変換性を示す．一方，(5)式からわかるように，ベクトルの成分A^{μ}は$\boldsymbol{e}_{\mu}$とは逆の変換性を示す．これは当然で，異なる基底($\boldsymbol{e}_{\mu}$)間の変換に際して，物理量の不変性を保証するために，「成分の値」(A^{μ})を適宜変化($\partial x'^{\mu}/\partial x^{\nu}$)させることで基底変換($\partial x^{\nu}/\partial x'^{\mu}$)を相殺させているだけのことなのだ．

基底ベクトル$\boldsymbol{e}_{\mu}$の変換性を基準としてであろうか，A_{μ}を「共変ベクトル」，A^{μ}を「反変ベクトル」と呼ぶことがある．しかしこれでは，あたかも物理量が座標変換に応じて変化するようなイメージを与えかねない．物理量は座標系などには関係なく存在する概念だから，座標変換に対して当然「不変」なのである．些末なことではあるが，相対論の精神から言っても，共変ベクトルや反変ベクトルといった誤解を与える表現は避けた方が良かろう．

2.3 計量と一般座標変換

ベクトル空間およびその双対空間の基底である$\boldsymbol{e}_{\nu}$および$\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu}$の組の具体的な表現としていかなる抽象的な概念を念頭におこうと全く自由である．しかし実際に観測できる量は，そのような表現の選択には依らないものでなくては困る．我々が計算し比較できるのはあくまで「数」（関数も含む）に限るので，これら同士を組み合わせて数に対応させる規則（内積と呼んでおこう）を定義する必要がある．

ベクトルあるいは双対ベクトルで表現できる2つの物理量$\mathcal{A}$と$\mathcal{B}$を考える．それらに対応する$\boldsymbol{A}$, $\tilde{\boldsymbol{A}}$，および$\boldsymbol{B}$, $\tilde{\boldsymbol{B}}$を入力して数を出力させる演算を括弧で表現することにすれば具体的には$(\tilde{\boldsymbol{A}},\boldsymbol{B})$，$(\tilde{\boldsymbol{A}},\boldsymbol{B})$，$(\boldsymbol{A},\tilde{\boldsymbol{B}})$，$(\tilde{\boldsymbol{A}},\tilde{\boldsymbol{B}})$の4つが考えられる．[*5] そこで，これらの異なる表現がいずれも同じ値となることを要請すると

$$\begin{cases}(\tilde{\boldsymbol{A}},\boldsymbol{B})=A_{\nu}B^{\mu}(\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu},\boldsymbol{e}_{\mu})=A_{\nu}B^{\mu}\delta^{\nu}_{\mu}=A_{\mu}B^{\mu}\,,\\ (\tilde{\boldsymbol{A}},\tilde{\boldsymbol{B}})=A_{\nu}B_{\mu}(\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu},\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu})=A_{\nu}B_{\mu}g^{\nu\mu}\,,\\ (\boldsymbol{A},\tilde{\boldsymbol{B}})=A^{\nu}B_{\mu}(\boldsymbol{e}_{\nu},\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu})=A^{\nu}B_{\mu}\delta^{\mu}_{\nu}=A^{\nu}B_{\nu}\,,\\ (\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})=A^{\nu}B^{\mu}(\boldsymbol{e}_{\nu},\boldsymbol{e}_{\mu})=A^{\nu}B^{\mu}g_{\nu\mu}\,.\end{cases} \tag{9}$$

ただし，基底ベクトル同士，および双対基底ベクトル同士の内積を

$$(\boldsymbol{e}_{\nu},\boldsymbol{e}_{\mu})=(\boldsymbol{e}_{\mu},\boldsymbol{e}_{\nu})=g_{\nu\mu}=g_{\mu\nu}\,, \tag{10}$$
$$(\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu},\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu})=(\tilde{\boldsymbol{e}}^{\mu},\tilde{\boldsymbol{e}}^{\nu})=g^{\nu\mu}=g^{\mu\nu} \tag{11}$$

と定義した．これらをじっと見比べると，$A_{\mu}=g_{\mu\nu}A^{\nu}$, $B^{\mu}=g^{\mu\nu}B_{\nu}$，のように$g^{\mu\nu}$と$g_{\mu\nu}$は成分の添字の位置を上げ下げ

[*3] 厳密には一次独立とか発散しないとかいろいろな条件がつくかもしれないので，念のためにこの程度の留保をつけておこう．

[*4] 以下では，面倒なのでこれらが定義された時空点Pは省略するが，これらの基底ベクトルの組は時空の各点ごとに自由に選ばれたものであって良い．

[*5] 順序は可換であるとする．

する働きがあることがわかる．さらに添字の上げ下げを繰り返したとき再びもとに戻るためには$g^{\mu\nu}$と$g_{\mu\nu}$は互いに逆行列の関係でなくてはならないこともわかる．

ところで，(3)式同士の内積（4次元線素）は

$$\begin{aligned} ds^2 &\equiv (\mathbf{dx}, \mathbf{dx}) = g_{\mu\nu}\,dx^\mu dx^\nu \\ &\equiv (\widetilde{\mathbf{dx}}, \widetilde{\mathbf{dx}}) = g^{\mu\nu}\,dx_\mu dx_\nu \end{aligned} \tag{12}$$

と書ける．相対論の主役とも言える計量，$g_{\mu\nu}$と$g^{\mu\nu}$は，それぞれ基底ベクトルと双対基底ベクトル同士の内積だったわけだ．

2.4 共変微分とクリストッフェル記号

物理法則は微分方程式で記述されるから，次になすべきことはテンソルの「自然な」微分（共変微分）を定義することである．例としてベクトル$\boldsymbol{A}$の，基底ベクトル$\boldsymbol{e}_\beta$方向への微分を

$$\nabla_{\boldsymbol{e}_\beta}\boldsymbol{A} \equiv \nabla_\beta \boldsymbol{A} \equiv A^\mu{}_{;\beta}\,\boldsymbol{e}_\mu \tag{13}$$

と書くことにし，その具体的な表式を考える．単純に微分のライプニッツ則を用いれば(13)式は

$$\begin{aligned} \nabla_\beta(A^\mu \boldsymbol{e}_\mu) &= (\nabla_\beta A^\mu)\,\boldsymbol{e}_\mu + A^\mu(\nabla_\beta \boldsymbol{e}_\mu) \\ &= (A^\mu{}_{,\beta} + \Gamma^\mu{}_{\alpha\beta}A^\alpha)\,\boldsymbol{e}_\mu \end{aligned} \tag{14}$$

と書ける．ここで，単なる関数（成分）の共変微分は偏微分とし，基底ベクトル$\boldsymbol{e}_\mu$の$\boldsymbol{e}_\beta$方向への微分を

$$\nabla_\beta \boldsymbol{e}_\mu = \boldsymbol{e}_\alpha \Gamma^\alpha{}_{\mu\beta} \tag{15}$$

とした．上式を通じて定義される係数$\Gamma^\alpha{}_{\mu\beta}$は基底ベクトル$\boldsymbol{e}_\mu$が無限小離れた点でどのように変化しながら時空を覆いつくすかを記述するもので，接続係数[*6]と呼ばれるが，一般相対論では3章で述べる理由により以下のクリストッフェル記号：

$$\Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma} = g^{\alpha\mu}\frac{1}{2}(g_{\mu\beta,\gamma} + g_{\mu\gamma,\beta} - g_{\beta\gamma,\mu}) \tag{16}$$

を採用する．

(13)式と(14)式から成分だけを読み取れば

$$A^\mu{}_{;\beta} = A^\mu{}_{,\beta} + \Gamma^\mu{}_{\alpha\beta}A^\alpha \tag{17}$$

となる．これがベクトルの共変微分の具体的成分表示である．共変微分とは結局基底ベクトルの微分（第2項）を忘れずにベクトルの成分の偏微分（第1項）と足し合わせただけに過ぎず，まったく自然なものであることが理解していただけよう．

次に双対ベクトルに対する微分の具体的な表式を求めてみよう．そのために内積においても微分のライプニッツ則が成り立つことを要請する．つまり，

$$\nabla_\alpha(\boldsymbol{e}^\mu, \boldsymbol{e}_\nu) = (\nabla_\alpha \boldsymbol{e}^\mu, \boldsymbol{e}_\nu) + (\boldsymbol{e}^\mu, \nabla_\alpha \boldsymbol{e}_\nu) \tag{18}$$

が成り立つものとする．上式の左辺は定義より$\nabla_\alpha \delta^\mu{}_\nu = 0$なので，(15)式と合わせて

$$\nabla_\alpha \boldsymbol{e}^\mu = -\Gamma^\mu{}_{\nu\alpha}\boldsymbol{e}^\nu \tag{19}$$

が得られる．

これらを用いると，双対ベクトルの共変微分は

$$A_{\mu;\alpha} \equiv A_{\mu,\alpha} - \Gamma^\nu{}_{\mu\alpha}A_\nu \tag{20}$$

と書き表されることになる．

3. 物理量の不変性とテンソルの成分の共変性

一般相対性原理は「物理学の記述において座標系はあくまで便宜的なものである」ことを意味する．さらにいえば，物理量はどのような座標から見ても「不変」である，という物理学の幾何学化の主張でもある．といっても具体的な計算をするためには，たとえ気が進まなくともやはり何らかの座標系を設定する必要がある．しかしながら，その座標系の選択の自由は完全に保証されるべきである．

ここまでは，物理量$\mathcal{A}$がベクトル（基底ベクトルの一次結合で展開できる）の場合のみを考えたが，より一般には，基底ベクトルを掛け合わせたより高い階数の基底で展開される場合を考えることができる．それがテンソルであり，物理量とテンソル，テンソルの成分は以下のように対応づけられる．

$$\begin{aligned} &\text{物理量}\ \mathcal{T} \\ &\quad\Leftrightarrow\ \text{テンソル}\ \boldsymbol{T} \\ &\quad\Leftrightarrow\ \text{テンソルの成分（テンソル基底の展開係数）} \\ &T^{\alpha_1\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_n}\,\boldsymbol{e}_{\alpha_1}\otimes\cdots\otimes\boldsymbol{e}_{\alpha_m}\otimes\tilde{\boldsymbol{e}}^{\beta_1}\otimes\cdots\otimes\tilde{\boldsymbol{e}}^{\beta_n}. \end{aligned} \tag{21}$$

テンソルの成分の添字の数は，対応する物理量で決まっており，展開する基底のテンソル積の階数に対応する．特に，0階のテンソル（添字なし）をスカラー，1階のテンソル（1つの添字をもつ）をベクトルと呼ぶ．一方，成分の添字の上下は，基底ベクトルと双対基底ベクトルのいずれを用いるかによって自由に変えられる．

結局，一般相対性原理は，「物理量$\mathcal{T}$はテンソル$\boldsymbol{T}$で表現され，$\boldsymbol{T}$は座標変換に対して不変，したがってテンソルの成分は座標変換に対して共変[*7]」と言い換えることができる．

本解説には全く不要であるものの，ここでぐだぐだ述べたことはむしろ具体的に式で示しておいた方がわかりやすいかもしれない．そこでテンソルの成分に対する座標変換則と共変微分の規則を具体的に書き下しておこう．

$$\begin{aligned} &T'^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\cdots\nu_n}(x') \\ &\quad= \left(\frac{\partial x'^{\mu_1}}{\partial x^{\alpha_1}}\right)\cdots\left(\frac{\partial x'^{\mu_m}}{\partial x^{\alpha_m}}\right)\cdot\left(\frac{\partial x^{\beta_1}}{\partial x'^{\nu_1}}\right)\cdots\left(\frac{\partial x^{\beta_n}}{\partial x'^{\nu_n}}\right) \\ &\qquad\times T^{\alpha_1\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_n}(x), \end{aligned} \tag{22}$$

[*6] 接続係数（クリストッフェル記号）はその3つの添字に対応したテンソルでは「ない」ので，係数（記号）と呼ばれている．

[*7] (21)式で登場する基底の座標変換性を相殺するように，それらの逆行列を掛け合わせれば良い．

$$T^{\alpha_1\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_n;\gamma} = T^{\alpha_1\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_n,\gamma} + \sum_{i=1}^{m} \Gamma^{\alpha_i}{}_{\mu\gamma} T^{\alpha_1\cdots\alpha_{i-1}\mu\alpha_{i+1}\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_n} - \sum_{j=1}^{n} \Gamma^{\mu}{}_{\beta_j\gamma} T^{\alpha_1\cdots\alpha_m}{}_{\beta_1\cdots\beta_{j-1}\mu\beta_{j+1}\cdots\beta_n}. \tag{23}$$

4. リーマンテンソル，リッチテンソル，リッチスカラー

一般相対論で極めて重要な役割をするリーマンテンソルは空間の曲率に対応するもので，

$$R^{\mu}{}_{\alpha\beta\gamma} \equiv \partial_\beta \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\gamma} - \partial_\gamma \Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta} + \Gamma^{\mu}{}_{\lambda\beta}\Gamma^{\lambda}{}_{\alpha\gamma} - \Gamma^{\mu}{}_{\lambda\gamma}\Gamma^{\lambda}{}_{\alpha\beta} \tag{24}$$

で定義される．通常はこの4階が最大の階数で，ほとんどは2階テンソルを扱えばよいだけなので，安心して欲しい．空間曲率が存在するために，共変微分は一般には可換ではない．任意のベクトルA^μに共変微分を2回行うと

$$A^{\mu}{}_{;\beta\alpha} - A^{\mu}{}_{;\alpha\beta} = R^{\mu}{}_{\lambda\alpha\beta} A^{\lambda} \tag{25}$$

となるが，$R^{\mu}{}_{\lambda\alpha\beta}$は$A^\mu$には無関係に$\Gamma^{\mu}{}_{\alpha\beta}$，したがって$g_{\mu\nu}$だけに依存したテンソルである．このリーマンテンソルの添字の縮約によりリッチテンソル：

$$R_{\alpha\beta} \equiv R^{\mu}{}_{\alpha\mu\beta} \tag{26}$$

とリッチスカラー：

$$R \equiv R^{\mu}{}_{\mu} = g^{\alpha\beta} R^{\mu}{}_{\alpha\mu\beta} \tag{27}$$

が定義される．これらは後述のアインシュタイン方程式に直接登場するため，一般相対論では避けて通れないほど重要なテンソルである（逆に言えば，それ以外のテンソルは知らずともほとんど問題ない）．

5. 運動方程式：測地線の方程式

ニュートンの第1法則によれば，「外力が働かない場合の質点の軌道は，直線である」．ユークリッド空間を前提としたこの結論を，リーマン時空における一般相対論の場合に拡張すれば，「（重力以外の）力が働かない場合の質点の軌道は測地線である」ということになる．

一般相対論では，任意の点のまわりで局所的に

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}(-1, +1, +1, +1), \quad g_{\alpha\beta,\gamma} = 0 \tag{28}$$

が成り立つような座標系を選ぶことができるという等価原理を前提としてつくられている（$\eta_{\alpha\beta}$はミンコフスキー計量である）．このような座標系を局所ローレンツ系$\{X^\mu\}$と呼ぶ．この系においては，自由粒子の軌道は直線：

$$\frac{\mathrm{d}^2 X^\mu}{\mathrm{d}\tau^2} = 0 \tag{29}$$

となるが（τは固有時間で$\mathrm{d}\tau^2 = -\mathrm{d}s^2$），これを局所ローレンツ系以外の一般の座標系$\{x^\mu\}$に変換すればむろん直線ではなく，(16)式で定義されたクリストッフェル記号を用いて

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^\alpha}{\mathrm{d}\tau^2} + \Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu} \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\nu}{\mathrm{d}\tau} = 0 \tag{30}$$

と書き直すことができる．この式は測地線の方程式と呼ばれ，ニュートン力学に対応させれば，左辺第1項が加速度，第2項が重力に相当する．

もう少しスマートな定式化としては，次の作用：

$$I = \int g_{\alpha\beta} \frac{\mathrm{d}x^\alpha}{\mathrm{d}\tau} \frac{\mathrm{d}x^\beta}{\mathrm{d}\tau} \mathrm{d}\tau \tag{31}$$

をx^μ（$\mu = 0$〜3）に関して変分することでも，(30)式を導くことができる．

これらからわかるように，接続係数として(16)式のクリストッフェル記号を採用することは，次の条件と等価である．

(a) 任意の点において

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}, \quad g_{\alpha\beta,\gamma} = 0 \tag{32}$$

となるように選ばれた局所ローレンツ系における直線が，粒子の測地線と一致する．

(b) 測地線は固有時を極大にする世界線と一致する．

さらに，具体的に計算してみると，クリストッフェル記号を採用すれば

(c) $g_{\alpha\beta}$に対する共変微分が常に0である．

$$g_{\alpha\beta;\gamma} = 0 \tag{33}$$

ことも示される．これは，テンソルの成分の添字の上げ下げと共変微分が互いに可換であることを保証する大切な性質である．

(30)式の第2項がどう具体的に重力と結びついているのかはすぐにはわからないだろうが，

(1) 質点の速度が非相対論的：$|\mathrm{d}x^i/\mathrm{d}t| \ll c$ $(i = 1$〜$3)$

(2) 時空がほぼミンコフスキー計量に近い（重力場が弱い）：$|h_{\mu\nu}| \equiv |g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}| \ll 1$

(3) 重力場が時間変化しない：$|h_{\mu\nu,0}| \approx 0$

の3条件のもとで測地線の方程式を変形すれば，ニュートン理論での粒子の運動方程式に帰着することが示される．またこの場合，ニュートンの重力ポテンシャルφ_{N}が

$$g_{00} \approx -1 + \frac{2GM}{r} = -1 - 2\varphi_{\mathrm{N}}, \quad \Gamma^{i}{}_{00} \approx \frac{\partial \varphi_{\mathrm{N}}}{\partial x^i}. \tag{34}$$

という関係にあることもわかる．重力は測地線方程式の第2項の$\Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu}$の中にちゃんと入っているわけだ．ところで(1)から(3)の条件はいずれも制約が強過ぎると感じられるかもしれない．だからこそ，それらが満たされないような広範な宇宙物理現象でニュートン力学を超えた一般相対論が重要となるわけだ（中村氏，柴田氏の解説参照）．

6. 場の方程式：アインシュタイン方程式

一般相対論において最も本質的なのは，物質分布を与えたときに，それと整合的な時空の幾何学の計算を可能とす

る方程式である．これは概念的には

$$\text{時空}(g_{\mu\nu})=\text{物質}(T_{\mu\nu}) \tag{35}$$

と書ける．ここで，$g_{\mu\nu}$は時空の計量テンソル，$T_{\mu\nu}$は物質場のエネルギー運動量テンソルである．$g_{\mu\nu}$は10個の独立成分をもっているので，最も単純なのは，(35)式の両辺もまた10個の独立な式をもつように2階の対称テンソル（添字の入れ替えに対して不変）で表現することである．そこで，重力場の方程式として

$$\underbrace{G_{\mu\nu}}_{g_{\alpha\beta}\text{から構成される幾何学量}}=\underbrace{\kappa}_{\text{定数}}T_{\mu\nu} \tag{36}$$

の形を仮定して，以下の要請を満たすような$g_{\alpha\beta}$の汎関数$G_{\mu\nu}$を探すことにする．

(A) ミンコフスキー時空$g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}$に対して0となる．
(B) μとνの添字に対して対称．
(C) $g_{\mu\nu}$，$g_{\mu\nu,\alpha}$，$g_{\mu\nu,\alpha\beta}$だけから構成される．
(D) 2階微分$g_{\mu\nu,\alpha\beta}$に関して線形．
(E) $G_{\mu\nu}{}^{;\nu}=0$を恒等的に満たす．*8

これらの要請を満たすテンソルは（定数倍の自由度を除いて）

$$G_{\mu\nu}=R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \tag{37}$$

しかないことが証明できて，これをアインシュタインテンソルと呼ぶ．

残っているのはκの値であるが，これは非相対論的な場合にニュートン理論での重力場の方程式に帰着することを要請することで$\kappa=8\pi G$となることがわかる．以上をまとめれば一般相対論における重力場の方程式，すなわちアインシュタイン方程式：

$$G_{\mu\nu}=R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R=8\pi GT_{\mu\nu} \tag{38}$$

を得る．

ただし実はこれは現在宇宙論で通常用いられているものとは少しだけ違っている．アインシュタイン方程式は宇宙を記述する時空に対する方程式ではあるが，宇宙に存在する物質に対しては運動方程式と呼ぶこともできる．つまり，右辺の$T_{\mu\nu}$の形を決めてやれば，（原理的には）対応する時空がその時間発展をも含めて解として得られるはずである．アインシュタインは，空間的に一様な物質分布の場合を考えると，得られる解は動的なものしか許されないことに気づいた．つまり，大きさが変化しない「静的」な宇宙は解として存在しない．アインシュタインは上述の要請(A)を捨てることで，静的宇宙解を実現しようとした．この場合でも，エネルギー運動量保存則に対応する$T_{\mu\nu}{}^{;\nu}=0$を満たすためには$g_{\mu\nu}$の定数倍を加える自由度しか許されない．その結果が

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R+\Lambda g_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{39}$$

で，左辺に入る定数Λはアインシュタインの宇宙項あるいは宇宙定数と呼ばれている（ここでは念のためにcを入れておいた）．アインシュタインの意図とは逆に，今やこの項は宇宙の膨張を加速するという重要な役割を担っているものと考えられている．[6)]

アインシュタイン方程式は，以下の作用：

$$S=\frac{1}{16\pi G}\int(R-2\Lambda)\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^4x+\int\mathcal{L}_\mathrm{m}\sqrt{-g}\,\mathrm{d}^4x \tag{40}$$

の$g_{\mu\nu}$に関する変分からも導くこともできる．ここでgは計量テンソルの行列式$\det(g_{\mu\nu})$である．第二項は物質場の作用であり，$g_{\mu\nu}$に加えて物質場を表す変数q_mを含む．$g_{\mu\nu}$を固定したままq_mに関する変分をとると物質場の運動方程式が得られる．逆にq_mを固定して$g_{\mu\nu}$に関する変分をとると，エネルギー運動量テンソルが物質場のラグランジアン密度から以下のように計算できることがわかる．

$$T_{\mu\nu}=\frac{2}{\sqrt{-g}}\left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\frac{\partial(\mathcal{L}_\mathrm{m}\sqrt{-g})}{\partial g^{\mu\nu}{}_{,\alpha}}-\frac{\partial(\mathcal{L}_\mathrm{m}\sqrt{-g})}{\partial g^{\mu\nu}}\right). \tag{41}$$

ところで本章では，まずはあーでもないこーでもないといった試行錯誤的な考察を積み重ねることでアインシュタイン方程式に至る道と，変分原理にしたがって天下り的にアインシュタイン方程式を導くスマートなやりかたの二つを簡単に紹介した．誰も知らない世界を記述する法則（微分方程式）を探り当てる方法論のひな形としても，とても興味深い．やや大げさに言うならば，宇宙，世界，あるいは時空といった概念を記述するような法則があるかどうかはわからないし，ましてやそれが我々がこの地球上で「たまたま」発展させてきた数学という特殊な言語に依存する微分方程式で書き下せるなどとはにわかには想像しがたい．にもかかわらず，アインシュタインがそれを（部分的であろうと）発見してしまったことは，まさに驚嘆に値する．しかも，得られた方程式は，恐らく可能性として考えられるなかで最も単純なものであるように思われる．例えば，要請(C)や(D)は，そうでないと結果が複雑すぎて手も足も出ないから，とりあえず近似的であっても単純な式を見つけたいというわがままなお願いのようにすら思える．同様に，変分原理に登場するのはリッチスカラーRそのものであり，何故より複雑な関数$f(R)$であってはいけないのかは皆目わからない．*9 にもかかわらず，考えうる可能性のなかで最も単純なものが提唱以来一世紀もの観測的・実験的検証に堪えて，より複雑な変更を迫られていないことこそ（その理由は私にはわからないし，それを教訓として普遍化するのは危険なのであろうが）最も驚嘆すべき事実だと思う．

*8 エネルギー運動量テンソルの保存則$T_{\mu\nu}{}^{;\nu}=0$より．

*9 一般相対論を超える修正重力理論の候補として，$f(R)$の関数形が様々に考察されているのだが，結局$f(R)=R$という最も単純な可能性以上に優れたモデルは未だ知られていない．

7. シュワルツシルド計量とブラックホール

アインシュタイン方程式は，時空間の幾何学を表現し時空の計量テンソル$g_{\mu\nu}$だけで計算できる左辺と，物質の存在形態を表現するエネルギー運動量テンソルである右辺を等値したものだ．したがって，「時空の幾何学が決まれば，そのもとで物質が運動しある分布に落ち着く」という流れと，「物質分布が与えられれば，その重力によって時空の幾何学が決まる」という流れのせめぎあいの結果として，物質分布とそれに対応した時空構造が整合的に決定されることを数学的に表す$g_{\mu\nu}$に対する非線型方程式である．当然，解析的であれ数値的であれ，アインシュタイン方程式の解を求めることは一般には極めて困難である．

最も簡単かつ重要な例が，球対称真空解であるシュワルツシルド計量：

$$\mathrm{d}s^2=-\left(1-\frac{2GM}{r}\right)\mathrm{d}t^2+\frac{\mathrm{d}r^2}{1-2GM/r}+r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2) \tag{42}$$

である．確かに，この計量は

$$g_{00}=-1+\frac{2GM}{r}=-1-2\varphi_{\mathrm{N}} \tag{43}$$

となり，(34)式を満たしている．

この計量は$r=r_{\mathrm{s}}\equiv 2GM=3\ \mathrm{km}(M/M_{\odot})$において，$g_{00}=0$, $g_{rr}=\infty$となってしまう．[*10] この値をシュワルツシルド半径と呼ぶ．しかしこれは座標系の取り方に起因する見かけの特異面と呼ぶべきものであって，物理的な意味での特異点ではない．一方，$r=0$は物理的な特異点であり，そこに質量Mの質点があると解釈しても良い．

$r=r_{\mathrm{s}}$は計量が発散するという意味での物理的な特異面ではない．しかし外部の観測者にとっては観測可能な領域を分断する境界面となっている．そこで，$r=r_{\mathrm{s}}$を事象の地平線と呼ぶことがある．また，光が$r=r_{\mathrm{s}}$から（無限大の時間かかって）外部の観測者に到達したとしても，その波長は無限大となり，何も見えない．この意味で，$r\leq r_{\mathrm{s}}$の領域を（シュワルツシルド）ブラックホールと呼ぶ．ただし，ここで求めた解は$r=0$以外はいたるところ真空という条件から導き出されたことからもわかるように，ブラックホールはそのシュワルツシルド半径が何か固い境界となっていてそれ以内には物質がつまっている，といったイメージのものではない．また，この$r=r_{\mathrm{s}}$という事象の地平線の存在は，ニュートン力学においても（その物理的解釈は異なるものの）rにおかれたテスト粒子の脱出速度が光速度を超えないという条件：

$$\frac{GmM}{r}=\frac{1}{2}mv_{\mathrm{esc}}^2<\frac{1}{2}mc^2 \tag{44}$$

から，係数も含めて偶然正しい答えが得られる．

太陽のまわりの時空をこのシュワルツシルド計量で近似すれば，光線の湾曲や水星の近日点移動といった観測可能な現象を定量的に予言でき，それらをニュートン力学の場合と比較することで，一般相対論は高い精度で検証されてきた．さらに，地球のまわりをシュワルツシルド計量で近似すれば，一般相対論的補正を考慮せずにはGPSは使いものにならないことを示すこともできる．この意味で，シュワルツシルド計量は単なる理想的な厳密解にとどまらず，現代社会において実用的な意味をもっている．田中氏の解説も参照されたい．

8. ロバートソン・ウォーカー計量とフリードマン方程式

もう一つ，観測的にも重要な厳密解は，一様等方宇宙モデルを記述するロバートソン・ウォーカー計量：

$$\mathrm{d}s^2=-\mathrm{d}t^2+a(t)^2\left[\frac{\mathrm{d}x^2}{1-Kx^2}+x^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2)\right], \tag{45}$$

である．この計量には，空間曲率に対応する定数Kと，宇宙の長さスケールの相似拡大縮小率に対応する時間だけの関数であるスケール因子$a(t)$が含まれる．この定数Kの符号に応じて，空間部分の幾何学的性質が決まるが，観測的にはほぼ$K=0$の平坦な（ユークリッド）空間であることがわかっている．

(45)式をアインシュタイン方程式に代入すると，$a(t)$に関する2つの独立な方程式：

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2=\frac{8\pi G}{3}\rho-\frac{K}{a^2}+\frac{\Lambda}{3}, \tag{46}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a}=-\frac{4\pi G}{3}(\rho+3p)+\frac{\Lambda}{3} \tag{47}$$

が得られる．特に(46)式はフリードマン方程式と呼ばれ，宇宙膨張を記述する基礎方程式である．しかし，これらは$a(t)$に加えて，宇宙の平均エネルギー密度$\rho(t)$，平均圧力$p(t)$という計3つの時間の関数を含むため，このままでは解くことができない．そのため，圧力と密度の関係式である状態方程式を与える必要がある．通常，wを定数として，圧力と密度の間に

$$p=w\rho \tag{48}$$

という簡単な状態方程式を考えることが普通で，$w=1/3$, $w=0$, $w=-1$の場合が，それぞれ，相対論的物質（光子），非相対論的物質（バリオン，ダークマター），宇宙定数，に対応する．

実際の宇宙は完全には一様でも等方でもないため，この理想化されたモデルからのずれを摂動的に（あるいは非線形性まで考慮して）修正する必要がある．しかし，現在の宇宙の年齢，密度，組成，空間曲率，膨張率，など様々な宇宙論パラメータは，これらの式を用いて決定される．[5] 最近の宇宙論の進展に関しては，杉山氏の解説をお読み頂きたい．

---

*10 $M_{\odot}\approx 2\times 10^{33}$ gは太陽質量．

9. 重力波

重力が弱い場合にアインシュタイン方程式を近似すると波動方程式に帰着する．これが重力波であり，その直接検出は21世紀初頭の実験物理学における目標の一つである．ただよく考えると，$\mathrm{d}s^2=g_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\mathrm{d}x^\nu$で特徴付けられる時空を$g_{\mu\nu}$自身が伝搬するわけで，伝えるものと伝わるものをどう分離して考えるべきなのかは自明でない．そこで，この分離が概念的に受け入れやすいような弱い重力場の場合に限定して考えるわけだ．この場合，

$$g_{\mu\nu}(\text{時空})=\eta_{\mu\nu}(\text{不変な媒質}=\text{容れ物}) + h_{\mu\nu}(\text{変化する媒体}=\text{時空の波動}) \tag{49}$$

という描像が可能になる．

後は，己を無にしてアインシュタイン方程式の$h_{\mu\nu}$に関する最低次の項だけをひたすら計算してまとめれば以下の波動方程式：

$$\Box h_{\mu\nu}=-16\pi G T_{\mu\nu} \tag{50}$$

に帰着する．*11

その解は形式的に

$$h_{\mu\nu}(t,\boldsymbol{x})=h_{\mu\nu}^{(\mathrm{ret})}(t,\boldsymbol{x})+h_{\mu\nu}^{(\mathrm{in})}(t,\boldsymbol{x}) \tag{51}$$

$$h_{\mu\nu}^{(\mathrm{ret})}(t,\boldsymbol{x})=4G\int\frac{T_{\mu\nu}(t-|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|,\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\mathrm{d}^3x' \tag{52}$$

$$\Box h_{\mu\nu}^{(\mathrm{in})}(t,\boldsymbol{x})=0 \tag{53}$$

と書ける．

$h_{\mu\nu}^{(\mathrm{ret})}(t,\boldsymbol{x})$は，時刻$t$に空間座標$\boldsymbol{x}$においてソース項$T_{\mu\nu}$によって受ける影響を表す．添字retは遅延解（retarded）に対応することを示す．(50)式には，(53)式のように，直接ソース項によらず空間を光速度で伝搬する波動解$h_{\mu\nu}^{(\mathrm{in})}$を付け加える自由度が残っている．これが重力波にほかならない（以下では，簡単化のために遅延解は無視して重力波を単に$h_{\mu\nu}$と記述する）．

具体的にz方向に進む単色平面波：

$$h_{\mu\nu}=a_{\mu\nu}\exp[-\mathrm{i}w(t-z)] \tag{54}$$

を考えると，

$$a_{\mu\nu}=a^+\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}+a^\times\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix} \tag{55}$$

に帰着することがわかる．この2つの独立な自由度a^+と$a^\times$の存在は，重力波が横波であることに起因する．

具体的に，(55)式のような成分をもつ重力波(54)がz方向から入射したとすると，ミンコフスキー時空の空間的線素は

$$\begin{aligned}\mathrm{d}l^2&=(\delta_{ij}+h_{ij})\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j\\&=[1+a^+\cos w(t-z)]\mathrm{d}x^2+[1-a^+\cos w(t-z)]\mathrm{d}y^2\\&\quad+2a^\times\cos w(t-z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\mathrm{d}z^2\end{aligned} \tag{56}$$

のように変化する．重力波の振幅は極めて小さいので，(56)式は，計量がミンコフスキー時空のまま$\mathrm{d}l^2\equiv\delta_{ij}\mathrm{d}x'^i\mathrm{d}x'^j$であると解釈した場合，2点間の$xy$平面上での微小距離が

$$\mathrm{d}x'=\mathrm{d}x+\frac{\cos w(t-z)}{2}(a^+\mathrm{d}x+a^\times\mathrm{d}y), \tag{57}$$

$$\mathrm{d}y'=\mathrm{d}y+\frac{\cos w(t-z)}{2}(a^\times\mathrm{d}x-a^+\mathrm{d}y) \tag{58}$$

のように変化することを意味する．xy平面上の単位円上にz方向から重力波が入射する状況を考えてみれば，その原点との相対距離は(57)式にしたがって，＋と×という記号の示す通りの偏光パターンを示すことがわかる．

重力波の検出原理をもう少し具体的に考えてみる．そもそも，等価原理によれば，空間の一点のみに着目しているだけでは，重力の存在を知ることはできない．したがって，どうしても有限の長さだけ離れた2点間の相対運動を知る必要がある．(56)式は，その最も端的な例であると言える．

近接した2点x^μと$x'^\mu\equiv x^\mu+\xi^\mu$にある質点が何らかの外力$F^\mu_{\mathrm{ext}}$を受けて運動しているものとする（$\xi^\mu\ll x^\mu$）．それらの運動方程式は

$$\frac{\mathrm{d}^2x^\mu}{\mathrm{d}\tau^2}+\Gamma^\mu{}_{\alpha\beta}(x)\frac{\mathrm{d}x^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x^\beta}{\mathrm{d}\tau}=F^\mu_{\mathrm{ext}}(x), \tag{59}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x'^\mu}{\mathrm{d}\tau^2}+\Gamma^\mu{}_{\alpha\beta}(x')\frac{\mathrm{d}x'^\alpha}{\mathrm{d}\tau}\frac{\mathrm{d}x'^\beta}{\mathrm{d}\tau}=F^\mu_{\mathrm{ext}}(x') \tag{60}$$

となる．これらの差をとって，弱場近似のもとでξ^μの一次まで書き下すと，地上の観測者の系においては

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi^j}{\mathrm{d}t^2}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2h^j{}_k}{\partial t^2}\xi^k+f^j_{\mathrm{ext}} \tag{61}$$

に帰着する．ここで，右辺の第一項を重力波による実効的な力：

$$f^j_{\mathrm{GW}}\equiv\frac{1}{2}\frac{\partial^2h^j{}_k}{\partial t^2}\xi^k \tag{62}$$

とみなすことができる．

この2点間の距離ξ^jを

$$\xi^j=\xi^j_0+\Delta\xi^j{}_{\mathrm{GW}} \tag{63}$$

とおけば，(61)式より，重力波$h^j{}_k\sim he^{-\mathrm{i}wt}$の入射によって引き起こされる$\Delta\xi^j{}_{\mathrm{GW}}$の大きさを見積もることができる．2つのおもりを外力のない（$f^j_{\mathrm{ext}}=0$）状態で遠く離し（$\xi_0\sim100\ \mathrm{km}$），その距離の微小変化

$$\Delta\xi_{\mathrm{GW}}\approx10^{-16}\left(\frac{h}{10^{-21}}\right)\left(\frac{\xi_0}{100\ \mathrm{km}}\right)\mathrm{m} \tag{64}$$

を精密測定するのがレーザー干渉計を用いた重力波検出のキモである．あとは，川村氏の解説を御覧頂きたい．

*11 ここでは，重力波の本質的なモードだけを抜き出すために，座標系をうまく選んですっきりした式に帰着するようにしてある．これはTT（Transverse Traceless）ゲージと呼ばれる座標条件（ゲージ条件）に対応しており，以下ではそれを仮定している．

10. まとめ

駆け足ではあったが，一般相対論の思想とそれから導かれるいくつかの解を紹介した．発表以来100年たっても，基本的には何も修正されることなく，現在の最先端の研究の主役であり続けているというのは，驚くべきだ．まさに物理学理論のお手本と呼ぶに相応しい．

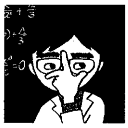
一方でこれらの大成功は必ずしも相対論が厳密に正しい理論であることを意味するものではない．そもそも，物理学とは常に自然界のより正確な記述を目指した近似理論の一般化・精密化という営みなのであり，相対論もまたある時点でその修正を余儀なくされるはずである．それがどのようなものであるかを想像することは困難であるが，良く知られているように量子論と相対論を統一する量子重力理論構築の試みは必然的に古典論のレベルでは不要であった相対論の修正を伴うであろう（大栗氏の解説を参照のこと）．

その意味でも，相対論のさらなる精密検証を行うことの意義は自明である．また，重力波の直接検出は，物理学に残された最大の実験的課題の一つにとどまらず，電磁波に加えて宇宙を見る新しい目として宇宙物理学に大きなブレイクスルーをもたらす可能性をも秘めている．21世紀がまさに相対論に新展開が巻き起こる時代となることを期待したい．

参考文献

1）C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler: *Gravitation* (Freeman, 1972).
2）須藤　靖：『一般相対論入門』（日本評論社，2005）．
3）須藤　靖：『もうひとつの一般相対論入門』（日本評論社，2010）．
4）一般相対論の優れた教科書としては，L. D. ランダウ，E. M. リフシッツ：『場の古典論』（東京図書，1978）；J. B. ハートル：『重力』（日本評論社，2015）などがある．
5）宇宙論の基礎を学ぶには，松原隆彦：『現代宇宙論』（東京大学出版会，2010）がお薦めである．
6）須藤　靖：日本物理学会誌 **69** (2014) 442.

著者紹介



須藤　靖氏：　高知県安芸市生まれ（本特集の執筆者の一人である川村静児氏とは土佐高校で同学年）．はっきりお断りしておくと一般相対論の専門家ではなく，単なるエンドユーザー．本当の専門は，宇宙論・太陽系外惑星の理論的および観測的研究ということになっている．

（2014年7月31日原稿受付）

General Relativity Minimum

Yasushi Suto

abstract:　I am working in the fields of observational cosmology and exoplanets, and by no means an expert in general relativity. For some reason, however, I was invited to write this article that would serve as a readable introduction of general relativity to physicists who have forgotten what they learned long time ago in classes of general relativity. Therefore I am pretty definite that this article does not provide any valuable insights to those readers who are already familiar with basic general relativity; they should immediately skip this article and move on to the next several articles written by real experts.